

Übungen zur Vorlesung Mathematische Modellierung

Übungsblatt 1, Abgabe: Donnerstag, 22.10.09, 10.00 Uhr

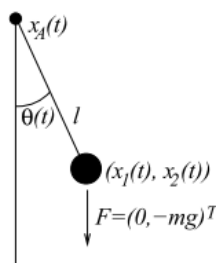
Übungstermine:

Gruppe 1: Mo. 10.00 - 12.00 Uhr SR1 BK 86 (Jan-Michael Schulte)

Gruppe 2: Mo. 14.00 - 16.00 Uhr SR1 BK 81 (Maren Sundermeier)

Aufgabe: Mathematisches Pendel (16 Punkte)

Gegeben sei ein mathematisches Pendel mit Masse m und Länge l . Dieses hat eine Auslenkung $\Theta(t)$, vgl. Skizze. g bezeichnet die Gravitation, x_A ist der Aufhängepunkt des Pendels und $x(t) = (x_1(t), x_2(t))$ gibt die Position des Pendels an.



- (a) Leiten Sie die Differentialgleichung

$$ml^2\ddot{\Theta}(t) = -mgl \sin(\Theta(t))$$

für das mathematische Pendel her.

- (b) Wählen Sie eine geeignete Skalierung und überführen Sie das Modell in eine dimensionslose Form. Beachten Sie hierbei, dass $x(t) = l\Theta(t)$ gilt.
- (c) Der Output y sei die tiefste Position des Pendels. Führen Sie eine Sensitivitätsanalyse bezüglich einer Änderung der Länge l durch, d.h. leiten Sie eine Gleichung für $\frac{\partial y}{\partial l}$ her.
- (d) Zeigen Sie, dass die Gesamtenergie

$$E = T + V$$

$$\text{mit } T = \frac{1}{2}mv^2, F = -\nabla V, v = \frac{dx}{dt},$$

dieses Systems zu jeder Zeit erhalten bleibt, d.h. dass die Summe aus kinetischer und potentieller Energie zu jeder Zeit dieselbe ist.