

## Übungen zur Vorlesung Mathematische Modellierung

Übungsblatt 2, Abgabe: Donnerstag, 29.10.09, 10.00 Uhr

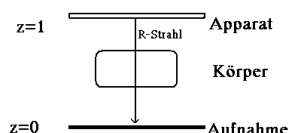
**Aufgabe 1:** (4 Punkte)*(Preis Anpassung:)*

Ein Käufer und ein Verkäufer verhandeln über den Preis einer Ware. Zu Beginn ( $t = 0$ ) liegt der Verkaufspreis ( $P_V(0)$ ) über dem Angebotspreis ( $P_K(0)$ ) des Käufers. In jedem Zeitschritt  $\Delta t$  verringert der Verkäufer seinen Preis um einen Bruchteil der Differenz, nämlich um  $A\Delta t(P_V(t) - P_K(t))$ , während der Käufer sein Angebot um einen Bruchteil anhebt, nämlich um  $B\Delta t(P_V(t) - P_K(t))$ .

- Leiten Sie für kleine Zeitschritte  $\Delta t$  ein asymptotisches Modell basierend auf gewöhnlichen Differentialgleichungen her.
- Ermitteln Sie den Gleichgewichtspreis.
- Verifizieren Sie die exponentielle Konvergenz gegen den Gleichgewichtspreis in der Zeit.

**Aufgabe 2:** (4 Punkte)*(Röntgen:)*

Ein Röntgengerät misst die Schwächung der Intensität eines Röntgenstrahls auf einer Linie durch den Körper. In der ersten Näherung ist die Schwächung in einem kleinen



Liniensegment proportional zu dessen Länge, der Dichte darin, und zur Intensität selbst. Erstellen Sie ein Modell für die Intensitätsänderung durch einen Körper mit gegebener Dichte. Nehmen Sie zur Vereinfachung an, dass die Emission in negative  $z$ -Richtung bei  $z = 1$  und die Aufnahme bei  $z = 0$  erfolgt.

**Aufgabe 3:** (4 Punkte)*(Ballwurf:)*

- Ein Ball mit einer Masse von 30 Gramm wird in der Ebene mit unterschiedlichen Abwurfwinkeln abgeworfen. Der Ball trifft nach 5, 10 bzw. 15 Metern auf dem Boden auf. Berechnen Sie zu den Abwurfwinkeln 10 Grad, 45 Grad und 90 Grad die Geschwindigkeit, mit der der Ball abgeworfen wurde.
- Nehmen Sie sich einen kleinen Ball und ein Maßband zur Hand. Werfen Sie den Ball im Winkel von 10, 45 bzw. 90 Grad mehrmals mit ungefähr gleicher Kraft ab und messen Sie die erreichte Weite. Berechnen Sie aus den gesammelten Daten die Abwurfgeschwindigkeit mit der Sie den Ball abgeworfen haben. Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit den Ergebnissen aus Teil a) und beschreiben Sie, was Ihnen auffällt.