

1. Hausaufgabenblatt zur Einführung in die Algebra

(**Abgabe:** bis Dienstag 21.10.2014, 12:15 Uhr in die Zettelkästen im Hörsaalgebäude)

Aufgabe 1.1

- i) Gegeben sei die Menge $X = \{1, 2, 3\}$. Bestimmen Sie alle Untergruppen von $\text{Sym}(X)$.
- ii) Für $i \neq j$ sei $(i, j) \in \text{Sym}(X)$ die Permutation, die das Element i mit j vertauscht und alle übrigen Elemente fest lässt. Zeigen Sie, dass gilt: $\langle \{(1, 2), (2, 3), (3, 1)\} \rangle = \text{Sym}(X)$.

Aufgabe 1.2

Gegeben sei eine Gruppe G . Seien weiter A, B Untergruppen von G . Zeigen Sie: Wenn $A \cup B$ eine Untergruppe ist, dann gilt: $A \subseteq B$ oder $B \subseteq A$.

Aufgabe 1.3

Gegeben sei eine endliche abelsche Gruppe G . Zeigen Sie, dass gilt: $\prod_{g \in G} g^2 = 1$.

Aufgabe 1.4

Gegeben sei eine Gruppe G . Seien weiter A, B Untergruppen. Wir definieren

$$AB := \{ab \mid a \in A, b \in B\}.$$

- i) Zeigen Sie, dass AB im allgemeinen keine Untergruppe ist.
- ii) Zeigen Sie: Wenn $AB = BA$ gilt, dann ist AB eine Untergruppe.

Organisatorisches

Sie dürfen in Zweier-Gruppen abgeben, wenn beide Mitglieder zur gleichen Übungsgruppe gehören. Grundsätzlich gilt: wer seinen Namen auf ein Aufgabenblatt schreibt, muss in der Lage sein, alle Aufgaben auf diesem Blatt vorzurechnen.

Die Nummer des Zettelkastens zur Abgabe Ihrer Hausaufgaben, die Aufgabenblätter, das Vorlesungsskript sowie aktuelle Informationen zur Veranstaltung finden Sie auf folgender Webseite:

http://wwwmath.uni-muenster.de/u/ag_kramer/index.php?name=VorlesungEinfAlgebra14&menu=teach&lang=de