Prof. Dr. L. Kramer
Dr. O. Varghese

SS 15

# 2. Quiz zur Grundlagen der Analysis, Topologie und Geometrie

am Donnerstag 18. 06. 2015 in der Vorlesung, Abgabe in die Briefkästen

**Version 1**

**Name:** **Übungsgruppe:**

1. Seien $\mathbb{Q}$ und $\mathbb{Z}$ jeweils mit der Teilraumtopologie von $\mathbb{R}$ versehen. Dann sind $\mathbb{Q}$ und $\mathbb{Z}$ homöomorph.

   □ richtig □ falsch

2. Sei $I$ eine beliebige Indexmenge und seien $X_i$ für $i \in I$ topologische Räume. Die Produkttopologie auf $\prod_{i \in I} X_i$ ist die gröbste Topologie, für die alle Projektionen $p_j : \prod_{i \in I} X_i \to X_j$, $j \in I$ stetig sind.

   □ richtig □ falsch

3. Sei $X$ eine Menge, die mindestens zwei Elemente hat. Der topologische Raum $(X, \mathcal{P}(X))$ ist nicht zusammenhängend.

   □ richtig □ falsch

4. Sei $(X, \mathcal{T})$ ein endlicher $T_1$-Raum. Dann ist $\mathcal{T} = \mathcal{P}(X)$.

   □ richtig □ falsch

5. Sei $X$ ein kompakter Raum. Dann ist die Diagonale $D := \{(x, x) \mid x \in X\} \subseteq X \times X$ kompakt.

   □ richtig □ falsch

6. Sei $X$ ein zusammenhängender $T_1$-Raum, der mindestens zwei Punkte enthält. Dann enthält $X$ unendlich viele Punkte.

   □ richtig □ falsch

7. Seien $\mathbb{Q}$ und $\mathbb{N}$ jeweils mit der diskreten Topologie versehen. Dann sind $\mathbb{Q}$ und $\mathbb{N}$ homöomorph.

   □ richtig □ falsch

8. Jeder endliche Hausdorff-Raum ist normal.

   □ richtig □ falsch

9. Sei $X$ ein topologischer Raum und $Y$ ein Hausdorff-Raum. Weiter seien $f, g : X \to Y$ stetige Abbildungen. Dann ist die Menge $\{x \in X \mid f(x) \neq g(x)\}$ offen in $X$.

   □ richtig □ falsch

10. Ist $X$ ein unendlicher zusammenhängender kompakter Hausdorff-Raum, dann gibt es eine stetige surjektive Abbildung $f : X \to [-1, 1]$.

    □ richtig □ falsch

11. Sei $(X, d)$ ein metrischer Raum mit $d(x, y) = 1$ falls $x \neq y$ und sei $Y \subseteq X$. Dann ist $Y$ genau dann kompakt, wenn $Y$ endlich ist.

    □ richtig □ falsch

12. Seien $(X, \mathcal{T})$ und $(Y, \mathcal{O})$ topologische Räume und $f : X \to Y$ eine stetige Abbildung. Für $U \in \mathcal{T}$ gilt dann stets $f(U) \in \mathcal{O}$.

   □ richtig □ falsch

13. Sei $X$ ein topologischer Raum und $A \subseteq X$. Die Inklusion $i : A \to X$ ist genau dann eine offene bzw. abgeschlossene Abbildung, wenn $i(A)$ offen bzw. abgeschlossen ist.

   □ richtig □ falsch

14. Sei $X$ ein Hausdorff-Raum und $Y \subseteq X$. Dann ist $Y$ genau dann kompakt, wenn jede Überdeckung von $Y$ mit offenen Mengen aus $X$ eine endliche Teilüberdeckung besitzt.

   □ richtig □ falsch

15. Sei $(X, \mathcal{T})$ ein topologischer Raum mit $|\mathcal{T}| < \infty$. Dann ist $X$ zusammenhängend.

   □ richtig □ falsch

16. Sei $\mathbb{R}$ die Menge der reellen Zahlen. Der topologische Raum $\prod_{\mathbb{R}} \{0, 1\}$ mit der Produkttopologie ist kompakt.

   □ richtig □ falsch

17. Sei $X$ ein metrischer Raum. Dann ist $X$ normal.

   □ richtig □ falsch

18. Die Menge der natürlichen Zahlen $\mathbb{N}$ ist mit der koendlichen Topologie zusammenhängend.

   □ richtig □ falsch

19. Seien $X, Y$ topologische Räume, $Y$ Hausdorffsch, $X$ kompakt und $f : X \to Y$ stetig und bijektiv. Dann ist $f^{-1} : Y \to X$ stetig.

   □ richtig □ falsch

20. Sei $I$ eine unendliche Indexmenge und $X_i$ für $i \in I$ topologische Räume. Sei $X := \prod_{i \in I} X_i$ mit der Produkttopologie versehen. Dann hat die Produkttopologie eine Basis $\mathcal{B}$ folgender Form: Die Elemente $U \in \mathcal{B}$ sind $U = \prod_{i \in I} U_i$ mit $U_i \subseteq X_i$ offen.

   □ richtig □ falsch

21. Sei $I$ eine beliebige Indexmenge und $X_i$ für $i \in I$ Hausdorff-Räume. Dann ist $\prod_{i \in I} X_i$ Hausdorffsch.

   □ richtig □ falsch

22. Sei $X$ ein metrischer Raum und $A, B \subseteq X$ abgeschlossene disjunkte Mengen. Dann existiert eine stetige Abbildung $f : X \to [0, 1]$ mit $f(a) = 0$ für alle $a \in A$ und $f(b) = 1$ für alle $b \in B$.

   □ richtig □ falsch

Prof. Dr. L. Kramer
Dr. O. Varghese

SS 15

# 2. Quiz zur Grundlagen der Analysis, Topologie und Geometrie

am Donnerstag 18. 06. 2015 in der Vorlesung, Abgabe in die Briefkästen

**Version 2**

**Name:** **Übungsgruppe:**

1. Sei $X$ ein topologischer Raum und $A \subseteq X$. Die Inklusion $i : A \to X$ ist genau dann eine offene bzw. abgeschlossene Abbildung, wenn $i(A)$ offen bzw. abgeschlossen ist.
   □ richtig □ falsch

2. Sei $X$ ein Hausdorff-Raum und $Y \subseteq X$. Dann ist $Y$ genau dann kompakt, wenn jede Überdeckung von $Y$ mit offenen Mengen aus $X$ eine endliche Teilüberdeckung besitzt.
   □ richtig □ falsch

3. Sei $(X, \mathcal{T})$ ein topologischer Raum mit $|\mathcal{T}| < \infty$. Dann ist $X$ zusammenhängend.
   □ richtig □ falsch

4. Sei $\mathbb{R}$ die Menge der reellen Zahlen. Der topologische Raum $\prod_{\mathbb{R}} \{0, 1\}$ mit der Produkttopologie ist kompakt.
   □ richtig □ falsch

5. Sei $X$ ein zusammenhängender $T_1$-Raum, der mindestens zwei Punkte enthält. Dann enthält $X$ unendlich viele Punkte.
   □ richtig □ falsch

6. Seien $\mathbb{Q}$ und $\mathbb{N}$ jeweils mit der diskreten Topologie versehen. Dann sind $\mathbb{Q}$ und $\mathbb{N}$ homöomorph.
   □ richtig □ falsch

7. Jeder endliche Hausdorff-Raum ist normal.
   □ richtig □ falsch

8. Sei $X$ ein topologischer Raum und $Y$ ein Hausdorff-Raum. Weiter seien $f, g : X \to Y$ stetige Abbildungen. Dann ist die Menge $\{x \in X \mid f(x) \neq g(x)\}$ offen in $X$.
   □ richtig □ falsch

9. Ist $X$ ein unendlicher zusammenhängender kompakter Hausdorff-Raum, dann gibt es eine stetige surjektive Abbildung $f : X \to [-1, 1]$.
   □ richtig □ falsch

10. Sei $(X, d)$ ein metrischer Raum mit $d(x, y) = 1$ falls $x \neq y$ und sei $Y \subseteq X$. Dann ist $Y$ genau dann kompakt, wenn $Y$ endlich ist.
    □ richtig □ falsch

11. Seien $(X, \mathcal{T})$ und $(Y, \mathcal{O})$ topologische Räume und $f : X \to Y$ eine stetige Abbildung. Für $U \in \mathcal{T}$ gilt dann stets $f(U) \in \mathcal{O}$.
    □ richtig □ falsch

12. Seien $\mathbb{Q}$ und $\mathbb{Z}$ jeweils mit der Teilraumtopologie von $\mathbb{R}$ versehen. Dann sind $\mathbb{Q}$ und $\mathbb{Z}$ homöomorph.

   □ richtig □ falsch

13. Sei $I$ eine beliebige Indexmenge und seien $X_i$ für $i \in I$ topologische Räume. Die Produkttopologie auf $\prod\limits_{i\in I} X_i$ ist die gröbste Topologie, für die alle Projektionen $p_j : \prod\limits_{i\in I} X_i \to X_j$, $j \in I$ stetig sind.

   □ richtig □ falsch

14. Sei $X$ eine Menge, die mindestens zwei Elemente hat. Der topologische Raum $(X, \mathcal{P}(X))$ ist nicht zusammenhängend.

   □ richtig □ falsch

15. Sei $I$ eine beliebige Indexmenge und $X_i$ für $i \in I$ Hausdorff-Räume. Dann ist $\prod\limits_{i\in I} X_i$ Hausdorffsch.

   □ richtig □ falsch

16. Sei $X$ ein metrischer Raum und $A, B \subseteq X$ abgeschlossene disjunkte Mengen. Dann existiert eine stetige Abbildung $f : X \to [0,1]$ mit $f(a) = 0$ für alle $a \in A$ und $f(b) = 1$ für alle $b \in B$.

   □ richtig □ falsch

17. Sei $(X, \mathcal{T})$ ein endlicher $T_1$-Raum. Dann ist $\mathcal{T} = \mathcal{P}(X)$.

   □ richtig □ falsch

18. Sei $X$ ein kompakter Raum. Dann ist die Diagonale $D := \{(x,x) \mid x \in X\} \subseteq X \times X$ kompakt.

   □ richtig □ falsch

19. Sei $X$ ein metrischer Raum. Dann ist $X$ normal.

   □ richtig □ falsch

20. Die Menge der natürlichen Zahlen $\mathbb{N}$ ist mit der koendlichen Topologie zusammenhängend.

   □ richtig □ falsch

21. Seien $X, Y$ topologische Räume, $Y$ Hausdorffsch, $X$ kompakt und $f : X \to Y$ stetig und bijektiv. Dann ist $f^{-1} : Y \to X$ stetig.

   □ richtig □ falsch

22. Sei $I$ eine unendliche Indexmenge und $X_i$ für $i \in I$ topologische Räume. Sei $X := \prod\limits_{i\in I} X_i$ mit der Produkttopologie versehen. Dann hat die Produkttopologie eine Basis $\mathcal{B}$ folgender Form: Die Elemente $U \in \mathcal{B}$ sind $U = \prod\limits_{i\in I} U_i$ mit $U_i \subseteq X_i$ offen.

   □ richtig □ falsch