

2. Quiz zur Vorlesung „Geometrische Gruppentheorie“
14. Januar 2016, Abgabe in den Briefkästen

WiSe 2015/16
WWU Münster

Prof. Dr. Linus Kramer
Nils Leder
Cora Welsch

Seien im Folgenden X, Y und E stets topologische Räume.

1. Ist G eine nicht-hopfsche Gruppe, so enthält G einen Normalteiler N mit $\{1\} \subsetneq N \subsetneq G$.
 richtig falsch
2. Ist $f : X \rightarrow Y$ eine Homotopieäquivalenz, so ist $f_{\#} : \pi_1(X, x) \rightarrow \pi_1(Y, f(x))$ ein Isomorphismus für jedes $x \in X$.
 richtig falsch
3. Es gibt keinen topologischen Raum X mit $\pi_1(X, x) \cong \mathbb{Z}^2$ für ein $x \in X$.
 richtig falsch
4. Gilt $\pi_1(X, x) \cong \pi_1(Y, y)$, so ist X homöomorph zu Y .
 richtig falsch
5. Seien A, B, C Gruppen und $\varepsilon_1 : C \rightarrow A$ sowie $\varepsilon_2 : C \rightarrow B$ Monomorphismen. Sind A und B torsionsfrei, so ist $A *_C B$ torsionsfrei.
 richtig falsch
6. Sei $\varphi : E \rightarrow X$ eine Überlagerung. Ist $U \subseteq E$ offen, so ist $\varphi(U) \subseteq X$ offen.
 richtig falsch
7. Ist $\varphi : E \rightarrow X$ eine Überlagerung und $x \in X, q \in \varphi^{-1}(x)$, so ist der induzierte Homomorphismus $\varphi_{\#} : \pi_1(E, q) \rightarrow \pi_1(X, x)$ injektiv.
 richtig falsch
8. Seien U, V offene, wegzusammenhängende Teilmengen von X mit $X = U \cup V$ und $U \cap V \neq \emptyset$. Gilt $\pi_1(U, x) = \{1\}$ und $\pi_1(V, x) = \{1\}$ für ein $x \in U \cap V$, so gilt $\pi_1(X, x) = \{1\}$.
 richtig falsch
9. Die Gruppe G mit der Präsentierung $G = \langle a, b \mid aba^{-1}b^{-1} \rangle$ ist abelsch.
 richtig falsch
10. Die Sphäre S^1 ist kontrahierbar.
 richtig falsch
11. Ist $\varphi : E \rightarrow X$ eine Überlagerung und $x \in X, q \in \varphi^{-1}(x)$, so ist der induzierte Homomorphismus $\varphi_{\#} : \pi_1(E, q) \rightarrow \pi_1(X, x)$ surjektiv.
 richtig falsch
12. Sei G eine Gruppe und $g, h \in G$. Dann haben g und h genau dann die gleiche Ordnung, wenn es eine Gruppe G^* gibt, die G als Untergruppe enthält und in welcher g zu h konjugiert ist.
 richtig falsch

13. Ist X wegzusammenhängend, so gilt $\pi_1(X, p) \cong \pi_1(X, q)$ für alle $p, q \in X$.
 richtig falsch
14. Sei $\varphi : E \rightarrow X$ eine Überlagerung. Ist $c : [0, 1] \rightarrow X$ ein Weg in X und $q \in E$ mit $\varphi(q) = c(0)$, so existiert genau ein Weg $\tilde{c}_q : [0, 1] \rightarrow E$ mit $\varphi \circ \tilde{c}_q = c$ und $\tilde{c}_q(0) = q$.
 richtig falsch
15. Es gibt eine überabzählbare Gruppe G , die von zwei Elementen erzeugt wird.
 richtig falsch
16. Ist X homotopieäquivalent zu Y und X kompakt, so ist auch Y kompakt.
 richtig falsch
17. Es gibt überabzählbar viele paarweise nicht-isomorphe Gruppen, die von zwei Elementen erzeugt werden.
 richtig falsch
18. Die Abbildung $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow S^1, t \mapsto (\cos(2\pi t), \sin(2\pi t))$ ist eine Überlagerung.
 richtig falsch
19. Die Gruppe G mit der Präsentation $G = \langle a, b \mid a^2, b^3 \rangle$ ist abelsch.
 richtig falsch
20. Es gibt eine Gruppe $G \neq \{1\}$, in welcher alle Elemente $g, h \in G \setminus \{1\}$ zueinander konjugiert sind.
 richtig falsch