

## 7. Hausaufgabenblatt zur Vorlesung CAT(0) kubische Komplexe

(Abgabe: bis Freitag 5.02.2016, 12:30 Uhr in der Übung)

### Aufgabe 7.1

Gegeben sei eine lokal konvexe Funktion  $\Phi : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ . Zeigen Sie, dass  $\Phi$  konvex ist.

### Aufgabe 7.2

- (i) Sei  $X$  ein Baum und  $\mathcal{S}$  eine endliche Familie von nichtleeren abgeschlossenen konvexen Teilmengen aus  $X$ . Zeigen Sie: Wenn sich jeweils 2-Elemente aus  $\mathcal{S}$  nichttrivial schneiden, dann ist  $\bigcap \mathcal{S}$  nichtleer.
- (ii) Sei  $G = \langle g_1, \dots, g_k \rangle$  eine endlich erzeugte Gruppe. Sei weiter  $X$  ein Baum und

$$\Phi : G \rightarrow \text{Isom}(X)$$

eine isometrische Wirkung. Zeigen Sie: Wenn

$$\text{Fix}_\Phi(\langle g_i \rangle) \neq \emptyset \text{ und } \text{Fix}_\Phi(\langle g_i \rangle) \cap \text{Fix}_\Phi(\langle g_j \rangle) \neq \emptyset$$

für alle  $i, j = 1, \dots, k$ , dann ist  $\text{Fix}_\Phi(G)$  nichtleer.

### Aufgabe 7.3 \*

Sei  $X$  ein Baum. Zeigen Sie, dass  $X$  ein vollständiger CAT(0) Raum ist.

### Aufgabe 7.4 \*

Sei  $G$  eine Gruppe und  $N \subseteq G$  ein Normalteiler mit  $[G : N] < \infty$ . Zeigen Sie: Wenn  $N$  die Eigenschaft  $F\mathcal{A}$  hat, dann hat auch  $G$  die Eigenschaft  $F\mathcal{A}$ .

*Hinweis:* Sei  $\Phi : G \rightarrow \text{Isom}(X)$  eine beliebige isometrische Wirkung auf einen Baum  $X$ . Betrachten Sie die induzierte Wirkung der Faktorgruppe  $G/N$  auf  $\text{Fix}_\Phi(N)$ .