Stichworte zur Linearen Algebra II

§ 4.

- $GL_n(K)$, Elementare Matrizenumformungen
- Spur einer quadratischen Matrix / eines Endomorphismus
- Invarianten
- Determinantenfunktionen, Rechnen mit D.F.
- Signum von Permutationen, $\mathrm{sign}: \mathrm{Sym}(n) \to C_2$
  $\mathrm{Alt}(n)$ Kern
- Determinante einer quadratischen Matrix / eines Endomorphismus
- Rechenregeln für det, $\det(AB) = \det(A)\det(B)$
  $\det(A^{-1}) = \det(A)^{-1}$
- $SL_n(K) = \ker(\det: GL_n(K) \to K^*)$
- Sarrus-Regel, Laplace-Entwicklung
- Cramersche Regel
- Komplementärmatrix $A^{\#}$
- Eigenwerte, Eigenräume, Eigenvektoren, Spektrum

- Polynomring $R[T]$, Grad, Einsetzungshomomorphismus $R[T] \to R$, Nullstellen
- charakteristisches Polynom χ_φ einer Matrix

§5.
- Verbesserter Einsetzungshomomorphismus
- Integritätsbereiche
- Quotientenkörper eines I.B.

  $K \to K[T] \to K(T)$
- charakteristisches Polynom (besser als oben)
- Satz von Cayley-Hamilton
- Nilpotente Matrizen
- φ-invariante Unterräume
- Direkte Summen $V = \bigoplus_{i=1}^{m} U_i$
- Struktur nilpotenter Endomorphismen
- Jordan-Blöcke $J(\lambda, d) = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 0 \\ & \ddots & \ddots \\ 0 & & \lambda \end{pmatrix} \in K^{d \times d}$
- Teilen mit Rest in $K[T]$, ggT
- Minimalpolynom μ_φ

- Satz über Jordansche Normalform
- $\mathbb{C}$ ist algebraisch abgeschlossen ("Hauptsatz der Algebra")

§6.
- Symmetrische Bilinearform
- Gram-Matrix
- Orthogonalität
- nicht ausgeartete sym. Bilinearform
- Existenz von Orthogonalbasen
- Orthogonale Gruppe einer nicht ausgearteten sym. Bilinearform.
- positiv / negativ definit ($K = \mathbb{R}$)
- Orthonormalbasis
- Gram-Schmidt-Verfahren
- Iwasawa-Zerlegung
- Sylvesters Trägheitssatz
- Hauptachsentransformation
- Polarzerlegung von Matrizen