Prof. Dr. L. Kramer
Dipl.-Math. O. Varghese SS 14

10. Hausaufgabenblatt zur Linearen Algebra II

(**Abgabe:** bis Montag 23.06.2014, 10:15 Uhr in die Zettelkästen im Hörsaalgebäude)

Aufgabe 10.1

Sei V ein K-Vektorraum und $v_1, \dots, v_n \in V - \{0\}$. Zeigen Sie: $V = \bigoplus_{i=1}^{n} \langle v_i \rangle$ gilt genau dann, wenn $\{v_1, \dots, v_n\}$ eine Basis von V ist.

Aufgabe 10.2

Berechnen Sie eine Jordansche Normalform der folgenden Matrix

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{3\times 3}$$

Aufgabe 10.3

Sei V ein K-Vektorraum und $f \in \mathrm{End}(V)$ nilpotent mit Nilpotenzgrad $d \geq 1$. Zeigen Sie, dass für alle $i < d$ gilt:

$$\mathrm{Kern}(f^i) \subsetneq \mathrm{Kern}(f^{i+1})$$

Aufgabe 10.4

Sei V ein K-Vektorraum $f \in \mathrm{End}(V)$, $p = a_0 + Ta_1 + ... + T^n a_n \in K[T]$ und $p(f) = a_0 id_V + a_1 f + ... + a_n f^n$. Zeigen Sie, dass $\mathrm{Kern}(p(f))$ ein f-invarianter Unterraum ist.