Prof. Dr. L. Kramer
Dipl.-Math. O. Varghese

SS 14

11. Hausaufgabenblatt zur Linearen Algebra II

(**Abgabe:** bis Montag 30.06.2014, 10:15 Uhr in die Zettelkästen im Hörsaalgebäude)

Aufgabe 11.1

Sei V ein Vektorraum und $f \in \mathrm{End}(V)$. Weiter seien $\lambda_1, \ldots, \lambda_r$ paarweise verschiedene Eigenwerte von f. Zeigen Sie, dass gilt: $\sum_{i=1}^{r} \mathrm{Eig}(f, \lambda_i) = \bigoplus_{i=1}^{r} \mathrm{Eig}(f, \lambda_i)$.

Aufgabe 11.2

Gegeben sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ c & 1 & 0 \\ 1 & c-1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}.$$

Berechnen Sie die Eigenwerte, Eigenräume und das Minimalpolynom von A in Abhängigkeit von $c \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 11.3

Gegeben sei

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}.$$

Bestimmen Sie eine Matrix $S \in \mathrm{GL}_3(\mathbb{R})$, so dass gilt:

$$S^{-1}BS = \begin{pmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_2 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_3 \end{pmatrix}$$

mit $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 11.4

Sei K ein Körper, seien weiter $x_0, \ldots, x_n$ $n+1$ paarweise verschiedene Körperelemente. Sei $y_0, \ldots, y_n \in K$. Zeigen Sie: Es gibt genau ein Polynom $p \in K[T]$ vom Grad höchstens n mit $p(x_i) = y_i$ für $i = 0, \ldots, n$.