

9. Hausaufgabenblatt zur Linearen Algebra II

(**Abgabe:** bis Montag 16.06.2014, 10:15 Uhr in die Zettelkästen im Hörsaalgebäude)

Aufgabe 9.1

Gegeben sei $f \in K[T]$ mit $\deg(f) \in \{2, 3\}$. Zeigen Sie: f ist reduzibel genau dann wenn f eine Nullstelle in K hat.

Aufgabe 9.2

- i) Bestimmen Sie einen größten gemeinsamen Teiler von $T^3 + 2T^2 + 2T + 1$ und $T^2 + T + 1$.
- ii) Bestimmen Sie einen größten gemeinsamen Teiler von $T^5 + T^2 - T$ und $T^4 + T - 1$.

Aufgabe 9.3

Zerlegen Sie die folgenden Polynome in ein Produkt von irreduziblen Polynomen.

- i) $T^3 + T^2 + T + 1 \in \mathbb{F}_2[T]$
- ii) $T^4 + T^3 - T^2 + T + 1 \in \mathbb{F}_3[T]$

Aufgabe 9.4

Sei K ein Körper und $X \in K^{n \times n}$. Gegeben sei weiter $f \in K[T]$, $f \neq 0$ mit $f(X) = 0$. Wir definieren $K[X] := \{p(X) \mid p \in K[T]\}$. Zeigen Sie:

- i) $K[X]$ ist ein K -Vektorraum.
- ii) Es gilt:

$$\dim K[X] \leq \deg(f).$$

Hinweis: Zeigen Sie, dass gilt: $K[X] = \langle \{1, X, \dots, X^{\deg(f)-1}\} \rangle$.

Ein wenig Werbung:

Am Mittwoch (04.06.2014) ab 14 Uhr findet das Sommerfest des Fachbereichs statt.