

Vorlesung

Räume nicht positiv Krümmung

Hierher WS 20/21

Linus Kraus

Themen der Vorlesung

- kurze Wiederholung über metrische Räume
- CAT(0) - Räume
- Wirkung von endlich erzeugter Gruppe auf CAT(0) - Räume (aus Gruppentheorie)
- Räume von metrischen Räumen
- Cronov-hyperbolische Räume
- ev. Ultralimiten von metr. Räumen.

Was sind CAT(0) Räume? Sei (X, d) metr. Rau

- ein Geodät $c: [0, t] \rightarrow X$ ist ein isometrisch Einbettg., d.h. $d(c(s), c(t)) = |s - t| \quad \forall s, t$.
- Sind $u, v, w \in X$, so gibt es $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w} \in \mathbb{R}^2$ so, dass
$$\left. \begin{aligned} d(u, v) &= \|\bar{u} - \bar{v}\|_2 \\ d(v, w) &= \|\bar{v} - \bar{w}\|_2 \\ d(w, u) &= \|\bar{w} - \bar{u}\|_2 \end{aligned} \right\} \leftarrow \text{Dreiecksungleichung!}$$

Ein metrischer Raum X heißt CAT(0)-Raum, wenn gilt:

(1) zu $u, v \in X$ gibt es stets ein Geodät

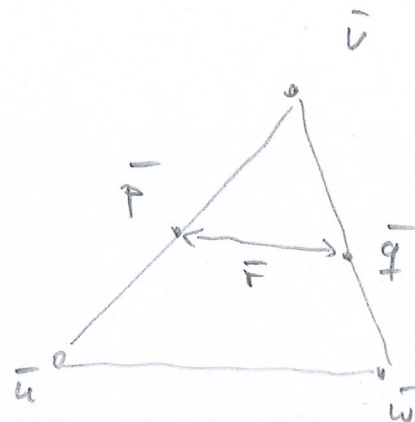
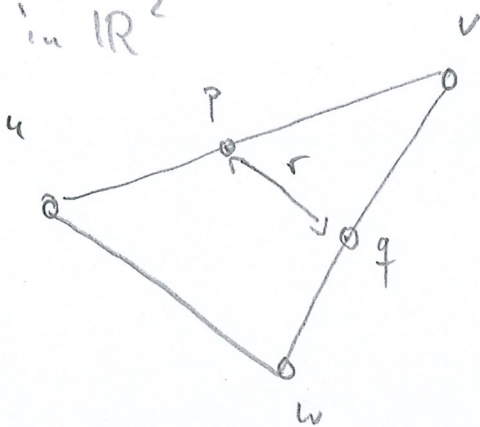
von u nach v



(2) Für alle $u, v, w \in X$

mit Geodät $u \xrightarrow{c_1} v$
 $c_3 \searrow \swarrow c_2$
 w

ist das Dreieck in X "nicht dickes" als das
 Dreieck in \mathbb{R}^2



$$X \quad r = d(p, q) \leq r' = \|\bar{p} - \bar{q}\|_2$$

Beispiel für solche Räume:

- \mathbb{R}^n mit euklidisch Metrik
- Bäume (\rightarrow Arithmetik, Approximation)
- Π Riem. Mant, vollständig, einfach zusammenhängend,
 Schnitt-Krümmung ≤ 0 in jedem Punkt
 (\rightarrow Diff'geo)
- Bruhat-Tits-Gebäude (\rightarrow Arithmetik, Approximation)

Ziel des Vorlesung ist es, ein Einblick in
 nicht-euklidische Geometrie und insbesondere in CAT(0)

Geometrie zu geben.

Gruppen werden eine wichtige Rolle spielen!

Literatur

- Ballmann - Gromov - Schröder
Manifolds of non positive curvature
(\rightarrow Diff'geo)
- Brinson - Haefliger
Spaces of non positive curvature ***
- Burago - Burago - Ivanov
A cone in metric geometry
- Davis
The topology and geometry of Coxeter groups
- Dajčević,
Topology