Christoph Hilmes
Kevin Poljsak

WS 17/18

Geschichte der Mathematik

Vortragsliste

Wir orientieren uns bei den Vorträgen an dem Werk *Mathematics and Its History* (3. Auflage, 2010) von John Stillwell. Die Zahlen in den Klammern beziehen sich auf die jeweiligen Kapitel.

1. **Satz des Pythagoras [§1]:** Zusammenhang zwischen Pythagoräischen Tripeln und rationalen Punkten des Einheitskreises. Herleitung der Formel für diese Tripel. Zwei Beweise für den Satz des Pythagoras (vgl. Ex. 1.4.2) und Verbindung zum heutigen Abstandsbegriff. Irrationalität von $\sqrt{2}$.

2. **Geometrie der Griechen [§2]:** Euklids Werk *Elemente*. Deduktive Methode mittels Postulaten und Axiomen. Vergleich zum Begriff der Äquivalenzrelation (vgl. Ex. 2.1.1). Konstruktion mit Zirkel und Lineal. Zusammenhang zu üblichen Rechenoperationen. Mögliche Anwendung: Konstruktion des goldenen Schnitts. Kegelschnitte (vgl. Ex. 2.4.1, 2.4.2).

3. **Elementare Zahlentheorie [§3, §5]:** Primzahlen als Grundbausteine. Polygonalzahlen und deren Geometrie. Euklidischer Algorithmus und Kettenbrüche. Diophantische Gleichungen, insb. die Pell'sche Gleichung.

4. **Unendlichkeit im alten Griechenland [§4]:** Furcht der Griechen vor Unendlichkeit. Ggf. philosophischer Exkurs. Eudoxus' Proportionenlehre und Vergleich zu Dedekind'schen Schnitten. Methode der Ausschöpfung von Figuren. Anwendung auf Kreise und Pyramiden für die Formel derer Fläche und Volumen. Ausschöpfung parabolischer Segmente.

5. **Polynomgleichungen [§6]:** Wechselspiel zwischen Geometrie und Algebra. Verschiedene Methoden zum Lösen von Gleichungen. Lineare Gleichungssysteme. Quadratische und kubische Gleichungen. Spezielle Gleichungen höherer Ordnung. Anwendungen: Schnitte von Kegelschnitten (vgl. Ex. 6.2.1 bis 6.2.3). Eventuell Bezug zu vorigen Vorträgen (vgl. Ex. 6.3.1 bis 6.3.6).

6. **Analytische Geometrie [§7]:** Entstehung der analytischen Geometrie als Zweig der Algebra. Prinzip algebraischer Kurven nach Descartes und heutige Definition. Historischer Bezug zu Kegelschnitten. Newtons Klassifikation kubischer Kurven. Eventuell Satz von Bézout.

7. **Analysis [§9, §10]:** Rückblick auf die Methode der Ausschöpfung. Frühe Resultate: Fläche unter x^k durch Cavalieri. Fläche unter $x^{\frac{a}{b}}$ durch Wallis. Unendliche Reihen: harmonische Reihe, Eulers Konstante, Potenzreihen. Newtons Manipulation unendlicher Reihen. Leibniz Berechnungen durch infinitesimale Größen.

8. **Rückkehr der Zahlentheorie [§11]:** Fermats kleiner Satz und dessen Beweis. Die Gleichung $a^n + b^n = c^n$ und Fermats letzter Satz. Beweis für $n = 4$ und die Fläche eines pythagoräischen Dreiecks.

9. **Komplexe Zahlen [§16]:** Erinnerung an Definition komplexer Zahlen. Motivation verschiedenster Ansätze zur Einführung komplexer Zahlen. Geometrische Interpretation. Wichtiges Resultat: Der Fundamentalsatz der Algebra. Erste Beweise durch d'Alembert und Gauß. Eventuell Skizzen anderer Beweise aus verschiedenen Bereichen der Mathematik.

10. **Differentialgeometrie [§17]:** Geometrie gekrümmter Räume. Motivation und Anschauung des Begriffs *Differential*. Zunächst Krümmung von Kurven und Flächen. Konzept von Geodätischen und Zusammenhang zur Krümmung. Zwei mögliche Anwendungen: Flächen mit konstanter Krümmung oder Satz von Gauß-Bonnet. Eventuell Riemannsche Mannigfaltigkeiten.

11. **Gruppentheorie [§19]:** Einführung in das Gruppenkonzept. Nochmal der kleine Satz von Fermat. Untergruppen und Quotienten. Permutationen und algebraische Gleichungen. Symmetrie von Objekten. Eventuell kombinatorische Sichtweise mittels Präsentierungen.

12. **Algebraische Zahlentheorie [§21]:** Motivation algebraischer Zahlen: Bestimmung der ganzzahligen Lösungen von $y^3 = x^2 + 2$ mithilfe von $\mathbb{Z}[\sqrt{2}]$. Teilbarkeit in den Gauß'schen Zahlen $\mathbb{Z}[i]$. Allgemeines Konzept algebraischer Zahlen $\rightsquigarrow$ Primfaktorzerlegung nicht mehr zwangsweise eindeutig. Idealtheorie nach Dedekind.

13. **Topologie [§22]:** Grundbegriffe der Topologie. Konzept von Invarianten und Eulercharakteristik. Mögliche Anwendungen: Klassifikation von Flächen, Eulercharakteristik und Krümmung, Algebraische Topologie und Poincaré-Vermutung.

14. **Logik, Berechenbarkeit und Kombinatorik:** Eventuell.

Außerdem wichtig für alle Vortragenden: Jeder Vortrag soll eine kurze Vorstellung eines Mathematikers, der maßgeblich an der Entwicklung eures Themas beteiligt war, enthalten. Diese könnte beinhalten:

- Eine Kurzbiografie
- Historische Einordnung
- Mögliche Motivation zur Entdeckung des jeweiligen Gebietes

Falls eure Wahl dabei **nicht** auf den im Buch vorgestellten Mathematiker fällt, sprecht dies dringend mit uns ab, um Überschneidungen zu vermeiden.

Wenn ihr Anregungen, Fragen oder Probleme habt, zögert nicht, euch bei uns zu melden!

c.hilmes@wwu.de k.poljsak@wwu.de