

10. Übungszettel zur Vorlesung „Zahlen und elementare  
Zahlentheorie“

SoSe 2017  
WWU Münster

Prof. Dr. Linus Kramer  
Cora Welsch

---

**Aufgabe 10.1** (4 Punkte)

Bestimme alle Lösungen der folgenden quadratischen Kongruenzen:

(i)  $x^2 \equiv 7 \pmod{13}$

(ii)  $x^2 \equiv 53 \pmod{7}$

(iii)  $x^2 \equiv 14 \pmod{31}$

(iv)  $x^2 \equiv 86 \pmod{41}$

**Aufgabe 10.2** (4 Punkte)

Berechne die folgenden Legendre-Symbole:

(i)  $\left(\frac{14}{31}\right)$

(ii)  $\left(\frac{2}{43}\right)$

(iii)  $\left(\frac{17}{37}\right)$

(iv)  $\left(\frac{-1}{17}\right)$

**Aufgabe 10.3** (4 Punkte)

Sei  $(A, +)$  eine abelsche Gruppe und sei  $d \in \mathbb{Z}$ . Zeige:

$A_d = \{x \in A \mid d \cdot x = 0\}$  ist immer eine Untergruppe von  $A$ .

(Für die Definition von  $d \cdot x$ , siehe Kapitel 3.13.)

**Aufgabe 10.4** (4 Punkte)

Zeige: Für  $p \in \mathbb{P}$  ist die Anzahl der Kronecker-Klassen von Primitivwurzeln modulo  $p$  gegeben durch  $\varphi(\varphi(p))$ .

Bestimme alle Primitivwurzeln modulo 13.

Abgabe bis: Donnerstag, den 6.7.2017, 8 Uhr