

8. Übungszettel zur Vorlesung „Zahlen und elementare Zahlentheorie“

SoSe 2017
WWU Münster

Prof. Dr. Linus Kramer
Cora Welsch

Aufgabe 8.1 (4 Punkte)

Sei (G, \cdot) eine endliche Gruppe und sei $n \in \mathbb{N}$ mit $\text{ggT}(n, \#G) = 1$.

Zeige: Zu jedem $g \in G$ gibt es ein $h \in G$ mit $h^n = g$.

Aufgabe 8.2 (4 Punkte)

Sei $p \in \mathbb{P}$ und (G, \cdot) eine endliche Gruppe mit $\#G = p^k$ für ein $k \geq 1$.

Zeige: Es gibt ein Element $g \in G$ mit $\text{ord}(g) = p$.

Aufgabe 8.3 (4 Punkte)

Beweise oder widerlege: Ist (G, \cdot) eine Gruppe mit $\#G = 4$, so gibt es in G ein Element g mit $\text{ord}(g) = 4$.

Aufgabe 8.4 (4 Punkte)

Für $n \in \mathbb{N}$, $n > 1$ sei

$$S(n) = \{k \in \mathbb{N} \mid 0 \leq k \leq n \text{ und } \text{ggT}(k, n) = 1\}.$$

Zeige: Der Mittelwert von $S(n)$ ist $\frac{n}{2}$.

Abgabe bis: Donnerstag, den 22.6.2017, 8 Uhr