

9. Übungszettel zur Vorlesung „Zahlen und elementare
Zahlentheorie“

SoSe 2017
WWU Münster

Prof. Dr. Linus Kramer
Cora Welsch

Aufgabe 9.1 (4 Punkte)

Bestimme alle Elemente der folgenden Einheitengruppen:

- (i) $(\mathbb{Z}/5\mathbb{Z})^*$
- (ii) $(\mathbb{Z}/8\mathbb{Z})^*$
- (iii) $(\mathbb{Z}/15\mathbb{Z})^*$
- (iv) $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^*$

Aufgabe 9.2 (4 Punkte)

Welche dieser Einheitengruppen (R^*, \cdot) sind zyklisch?

- (i) \mathbb{Z}^*
- (ii) $(\mathbb{Z}/8\mathbb{Z})^*$
- (iii) $(\mathbb{Z}/7\mathbb{Z})^*$
- (iv) $(\mathbb{Z}/4\mathbb{Z})^*$

Aufgabe 9.3 (4 Punkte)

Bestimme alle Wurzeln des Polynoms $T^2 + T$ im Ring

- (i) $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$
- (ii) $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$
- (iii) \mathbb{Z}
- (iv) $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$

Bitte wenden.

Aufgabe 9.4 (4 Punkte)

Sei $p \in \mathbb{P}$. Beweise, dass für alle $a, b \in \mathbb{Z}$ gilt

$$(a + b)^p \equiv a^p + b^p \pmod{p}.$$

Gilt das auch allgemein, wenn p keine Primzahl ist?

Abgabe bis: Donnerstag, den 29.6.2017, 8 Uhr