

# Seminar Quasi-hyperbolische Räume

Prof. J. Lohkamp, Dr. Daniel Skodlerack

Sommersemester 2013

## Inhaltsverzeichnis

1	Uniforme Räume und Abbildungsklassen	1
2	Quasi-hyperbolische Metriken und Geodäten	2
3	Gromov-hyperbolische Räume	2
4	Ränder Gromov-hyperbolischer und uniformer Räume	2
5	Das Gehring-Hayman-Theorem für Gromov-hyperbolische Räume	2
6	konforme Deformationen und Uniformisierung I	3
7	konforme Deformationen und Uniformisierung II	3
8	Loewner Räume	3
9	Gromov-hyperbolische sphärische Gebiete I	3
10	Gromov-hyperbolische sphärische Gebiete II	3
11	Martin-Ränder von Gromov-hyperbolischen Gebieten I	4
12	Martin-Ränder von Gromov-hyperbolischen Gebieten II	4
13	Quasikonforme Abbildungen zwischen Gromov-hyperbolischen Räumen	4

## 1 Uniforme Räume und Abbildungsklassen

[MB01, Kapitel I]

- Appendix: Längen und Metriken
- Riemannscher Abbildungssatz

- uniforme Räume
- innere uniforme Räume
- Alle erwähnten Abbildungsklassen definieren

## 2 Quasi-hyperbolische Metriken und Geodäten

[MB01, Kapitel II]

- Def. quasi-hyperbolische Metrik, Längenmetrik
- Satz 2.8
- Theorem 2.10

## 3 Gromov-hyperbolische Räume

[BS07, I, II bis Ende II.2.]

- Def. Gromov-hyperbolischer Raum (Rips Definition)
- Äquivalente Charakterisierung mittels Gromov-Produkt
- Rand eines Gromov-hyperbolischen Raumes (siehe auch [BH99, II.H 3.]

## 4 Ränder Gromov-hyperbolischer und uniformer Räume

[MB01, Kapitel III]

- Quasisymmetrischer Maßstab
- Theorem 3.6 + Beweis
- Bezug zu Thm 1.11.

## 5 Das Gehring-Hayman-Theorem für Gromov-hyperbolische Räume

[MB01, Kapitel V]

- Theorem 5.1 beweisen.

## 6 konforme Deformationen und Uniformisierung I

[MB01, Kapitel IV bis Ende Bem. 4.14]

- konforme Deformationen, Uniformisierung
- quasisymmetrische Identifikation der Ränder. (4.13)

## 7 konforme Deformationen und Uniformisierung II

[MB01, Kapitel IV ab 4.15]

- Beendigung des Theorems 1.1

## 8 Loewner Räume

[MB01, Kapitel VI],

- Definitionen (siehe auch [Hei01, Kapitel VIII])
- Motivation für Loewneräume (siehe [Azz07, 1.2])
- Beweisidee für das Theorem, das uniforme lokale Loewneräume selbst Loewneräume sind.

## 9 Gromov-hyperbolische sphärische Gebiete I

[MB01, Kapitel VII bis 7.14.]

- $\lambda$ -Bogen und  $\lambda$ -annulierende Punkte,
- linear lokal zusammenhängende Räume
- Beweis von Satz 7.14. auch angeben.

## 10 Gromov-hyperbolische sphärische Gebiete II

[MB01, Kapitel VII von 7.13 an]

- Beweis von Theorem 1.11. beenden
- Beweis von Theorem 1.12. beenden

## 11 Martin-Ränder von Gromov-hyperbolischen Gebieten I

[MB01, Kapitel VIII bis einschl. zum Beweis von Satz 8.10]

- Theorem 1.14. formulieren.
- Beweis der Existenz einer geeigneten Umgebungsbasis für Punkte auf einem Gromov-Rand.

## 12 Martin-Ränder von Gromov-hyperbolischen Gebieten II

[MB01, Kapitel VIII nach dem Bew. von 8.10]

- Martin-Rand
- Beweis von Theorem 8.15.

## 13 Quasikonforme Abbildungen zwischen Gromov-hyperbolischen Räumen

[MB01, Kapitel IX]

- $Q$ -beschränkte Geometrie definieren
- Theorem 9.8 über quasikonforme Abbildungen zwischen  $Q$ -beschränkten geodätischen Räumen beweisen.

## Literatur

- [Azz07] J. Azzam. Metric and geometric quasiconformality in ahlfors regular Loewner spaces. *Summer school Analysis on metric spaces*, pages 6–14, 2007.
- [BH99] M. Bridson and A. Haefliger. *Metric spaces of non-positive curvature*. Grundlehren der mathematischen Wissenschaften. Springer Verlag Berlin Heidelberg, 1999.
- [BS07] S. Buyalo and V. Schroeder. *Elements of asymptotic geometry*. Monographs in mathematics. European mathematical society, 2007.
- [Hei01] J. Heinonen. *Lectures on analysis on metric spaces*. Springer Verlag New York, 2001.
- [MB01] P. Koskela M. Bonk, J. Heinonen. Uniformizing gromov hyperbolic spaces. *Asterisque*, 270:1–99, 2001.