

Seminar Bäume

Prof. J. Lohkamp, Dr. Daniel Skodlerack

Wintersemester 2013/14

Inhaltsverzeichnis

1	Graphen	1
2	Fundamentaltbereiche von Erzeugendensystemen	2
3	Bäume und freie Gruppen	2
4	Beträge auf \mathbb{Q} und Vervollständigungen	2
5	Der Baum von $SL_2(\mathbb{Q}_p)$	2
6	Amalgame	3
7	Amalgame und Bäume	3
8	Gruppenbäume	3
9	Raum der genetischen Stammbäume	3
10	Bäume und Fixpunkte	3

1 Graphen

[Ser80, 2] [Mei08, 1.2]

- Graphen, Cayley-Graphen,
- Bahnenräume,
- Bäume, maximale Unterbäume von Graphen.

2 Fundamentalbereiche von Erzeugendensystemen

[Mei08, 1.8]

- Wie kann man mit Fundamentalbereichen Erzeugendensysteme finden (Theorem 1.55)?
- Theorem über Fundamentalbereiche von Untergruppen von endlichem Index.

3 Bäume und freie Gruppen

[Ser80, 3] [Mei08, 3.4]

- Freie Gruppe einführen.
- Cayley-Graph einer freien Gruppe [Ser80, 3.2].
- Theorem [Mei08, 3.20] über die Charakterisierung von freien Gruppen durch die Wirkung an Bäumen.
- Schreiers Theorem.

4 Beträge auf \mathbb{Q} und Vervollständigungen

[Neu92, II.2]

- Beträge, die mit Hilfe von Primzahlen definiert werden.
- Die Geschlossenheitrelation (2.1),
- \mathbb{Q}_p und \mathbb{Z}_p .
- Struktur von \mathbb{Z}_p . (2.3) und (2.4),
- Übung: Lösen sie $x^2 = 2$ in \mathbb{Q}_7 .

5 Der Baum von $\mathrm{SL}_2(\mathbb{Q}_p)$

[Ser80, II]

- Gitter,
- Graph mit Gittern definieren,
- Theorem 1: Dieser Graph ist ein Baum. Ecken- und Kantenstabilisatoren angeben.

6 Amalgame

[Ser80, 1]

- Amalgame einführen, direkte Limiten von Gruppen,
- Struktursatz,
- Beispiele.

7 Amalgame und Bäume

[Ser80, 4.1, 4.2]

- Beziehung zwischen Amalgamen und Bäumen (Theorem 6),
- Beispiele.

8 Gruppenbäume

[Ser80, 4.4, 4.5]

- Def. Gruppengraph.
- Ein Gruppenbaum T definiert eine Gruppe G_T .
- Man kann T zu einem größeren Baum mit G_T -Wirkung erweitern, die durch T beschrieben ist (Theorem 9).
- Umkehrung (Theorem 10): Zu einer Gruppewirkung auf einem Graphen mit einem Baum als Fundamentalbereich, kann man einen Gruppenbaum angeben.

9 Raum der genetischen Stammbäume

[BHV01]

- Definition des obigen Raumes,
- Bezug zur Verwandtschaftsanalyse,
- Mittelwert von einer Menge von Bäumen.

10 Bäume und Fixpunkte

[Ser80, 6.1]

- Sie geben eine äquivalente Bedingung dafür an, dass ein Gruppe für jede Wirkung auf einem Baum einen Fixpunkt hat.

Literatur

- [BHV01] L.J. Billera, S.P. Holmes, and K. Vogtmann. Geometry of the space of phylogenetic trees. *Adv. Appl. Math.*, 27(4):733–767, 2001.
- [Mei08] John Meier. *Groups, graphs and trees*, volume 73 of *London Math. Soc. Student Texts*. Cambridge University Press, 2008. An introduction to the geometry of infinite groups.
- [Neu92] J. Neukirch. *Algebraische Zahlentheorie*. Springer-Verlag, Berlin and Heidelberg, 1992.
- [Ser80] J.-P. Serre. *Trees*. Springer-Verlag, Berlin, 1980.