

ÜBUNGSBLATT 5

Aufgabe 1. (4 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden größten gemeinsamen Teiler mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus:

- $\text{ggT}(8, 12)$
- $\text{ggT}(4, 12)$
- $\text{ggT}(75, 625)$
- $\text{ggT}(484, 576)$
- $\text{ggT}(1428, 999)$
- $\text{ggT}(30031, 2036)$
- $\text{ggT}(247, 299)$
- $\text{ggT}(2^{25} + 1, 641)$

Aufgabe 2. (8 Punkte)

Seien $a, b \in \mathbb{Z}$. Wir sagen, dass $v \in \mathbb{Z}$ ein *kleinstes gemeinsames Vielfaches* von a und b ist, falls:

1. $v \geq 0$, $a \mid v$ und $b \mid v$, und
2. für jedes gemeinsame Vielfache u von a und b gilt: $v \mid u$.

Dabei heißt $u \in \mathbb{Z}$ ein *gemeinsames Vielfaches* von a und b , falls $a \mid u$ und $b \mid u$ gilt.

- Zeigen Sie, dass es zu $a, b \in \mathbb{Z}$ höchstens ein kleinstes gemeinsames Vielfaches geben kann!
- Zeigen Sie, dass es zu $a, b \in \mathbb{Z}$ immer ein kleinstes gemeinsames Vielfaches gibt!

(*Hinweis:* Schauen Sie sich die Beweise zu den Sätzen 1.4.2 und 1.4.4 an!)