Übungsblatt 7

Aufgabe 1. (4 Punkte)

- Seien $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Zeigen Sie, dass dann $\mathrm{ggT}(a, b) = \mathrm{ggT}(c \cdot a + b, a)$ gilt!
- Seien $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Gegeben sei eine ganzzahlige Lösung (x_0, y_0) der Gleichung

$$ax + by = c$$

(in den Variablen x und y). (Es soll also gelten: $x_0, y_0 \in \mathbb{Z}$ und $ax_0 + by_0 = c$.)
Zeigen Sie, dass dann auch $\left(x_0 + \frac{kb}{\mathrm{ggT}(a,b)},\ y_0 - \frac{ka}{\mathrm{ggT}(a,b)}\right)$ für alle $k \in \mathbb{Z}$ Lösungen der Gleichung sind!
Berechnen Sie hiermit drei ganzzahlige Lösungen für die Gleichung

$$-32x + 4y = 4.$$

Aufgabe 2. (4 Punkte)

In der folgenden Liste sind jeweils die größten gemeinsamen Teiler zweier natürlicher Zahlen gegeben. Stellen Sie diese als ganzzahlige Linearkombination der beiden natürlichen Zahlen dar!

- $\mathrm{ggT}(8, 12)$
- $\mathrm{ggT}(4, 12)$
- $\mathrm{ggT}(75, 625)$
- $\mathrm{ggT}(484, 576)$
- $\mathrm{ggT}(1428, 999)$
- $\mathrm{ggT}(30031, 2036)$
- $\mathrm{ggT}(247, 299)$
- $\mathrm{ggT}(2^{2^5} + 1, 641)$

– Bitte wenden! –

Aufgabe 3. (4 Punkte)
In der folgenden Liste sind jeweils die größten gemeinsamen Teiler mehrerer natürlicher Zahlen gegeben. Stellen Sie diese mit Hilfe von mehrfacher Anwendung des Euklidischen Algorithmus jeweils als ganzzahlige Linearkombination der drei natürlichen Zahlen dar!

- $\mathrm{ggT}(4, 12, 16)$
- $\mathrm{ggT}(75, 625, 3)$
- $\mathrm{ggT}(576, 484, 16)$
- $\mathrm{ggT}(11, 444, 9)$