Übungsblatt 8

Aufgabe 1. (4 Punkte)

- Zeigen Sie folgende Aussage:

  Ist (x_0, y_0, z_0) eine Lösung der diophantischen Gleichung $x^2 + y^2 = z^2$ (in den Variablen x,y und z), so gilt $\mathrm{ggT}(x_0, y_0) \mid z_0$.

- Berechnen Sie fünf verschiedene Fundamentallösungen der diophantischen Gleichung $x^2 + y^2 = z^2$.

Aufgabe 2. (4 Punkte)

Sei R ein Ring.

Zeigen Sie folgende Aussagen:

- Das additiv neutrale Element n in R ist eindeutig bestimmt.
- Zu jedem Element $r \in R$ ist das additiv inverse Element eindeutig bestimmt.
- Ist R nullteilerfrei, so folgt aus $r_1, r_2, r_3 \in R$ mit $r_1 \neq n$ und $r_1 \cdot r_2 = r_1 \cdot r_3$ stets $r_2 = r_3$.

Aufgabe 3. (4 Punkte)

- Sei $m \in \mathbb{Z}$ fest. Zeigen Sie, dass $\mathbb{Z}[\sqrt{m}]$ wie in der Vorlesung definiert einen Ring bildet!
- Zeigen Sie, dass die Polynome in einer Variablen X über einem Ring R mit der in der Vorlesung angegebenen Addition und Multiplikation einen Ring bilden!

Späteste Abgabe: Fr, 10.6.2011, 12.00 Uhr

Angela Holtmann