Übungsblatt 1

Aufgabe 1. (4 Punkte)

- Zeigen Sie, dass die Addition auf der Menge der natürlichen Zahlen $\mathbb{N} := \{1, 2, 3, \ldots\}$ eine Verknüpfung bildet!
- Zeigen Sie, dass $\mathbb{N}$ mit der Addition keine Gruppe bildet!
- Sei X eine Menge und M die Menge der Abbildungen von X in sich. Zeigen Sie, dass die Hintereinanderschaltung der Abbildungen als Verknüpfung assoziativ ist!
- Zeigen Sie:
  - In jeder Gruppe ist das neutrale Element eindeutig bestimmt.
  - In jeder Gruppe ist das zu einem vorgegebenen Element inverse Element eindeutig bestimmt.

Aufgabe 2. (4 Punkte)

- Zeigen Sie, dass die Gruppe S_n genau $n!$ Elemente hat!
- Berechnen Sie folgende Elemente in der S_4:
  - $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$
  - $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$
  - $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
  - $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

Aufgabe 3. (4 Punkte)

Zeigen Sie:
Eine Teilmenge H einer Gruppe $G = (G, \bullet)$ mit neutralem Element e ist genau dann eine Untergruppe von G, wenn H selbst eine Gruppe ist!

Späteste Abgabe: Di, 16.10.2012, 12.00 Uhr

Angela Holtmann