

# Seminar zur Algebraischen Geometrie II

Prof. Dr. S. Bosch/Dr. C. Löh

Blatt 6 vom 25. Mai 2009

---

**Thema 1** (Holomorphe und meromorphe Funktionen).

1. Sei  $U \subset \mathbb{C}$  eine offene Teilmenge. Wann heißt eine Funktion  $U \rightarrow \mathbb{C}$  holomorph? Geben Sie Beispiele von holomorphen Funktionen.
2. Was besagt der Satz von Liouville?
3. Welche Typen von isolierten Singularitäten können bei holomorphen Funktionen auftreten?
4. Sei  $U \subset \mathbb{C}$  offen. Wann heißt eine Funktion  $U \rightarrow \mathbb{C}$  meromorph?
5. Führen Sie den Begriff der elliptischen Funktion (bezüglich eines Gitters in  $\mathbb{C}$ ) ein.
6. Zeigen Sie, dass es keine nicht-konstanten holomorphen elliptischen Funktionen gibt. Skizzieren Sie, warum es im Gegensatz dazu aber nicht-konstante meromorphe elliptische Funktionen gibt.

Dies lässt sich wie folgt interpretieren: Ist  $\Lambda \subset \mathbb{C}$  ein Gitter, so gibt es auf dem Torus  $\mathbb{C}/\Lambda$  keine interessanten holomorphen, aber durchaus interessante meromorphe Funktionen.

*Hinweis.* Eine übersichtliche Einführung in die Grundbegriffe der Funktionentheorie gibt das Buch „Funktionentheorie“ von K. Jänich. Einführungen in elliptische Funktionen finden sich z.B. im Buch „Introduction to elliptic curves and modular forms“ (Kapitel I.4) von N. Koblitz und im Buch „Funktionentheorie 1“ (Kapitel V.2) von E. Freitag und R. Busam.

---

Besprechung am 10. Juni 2009