

## Seminar zur Algebraischen Geometrie II

Prof. Dr. S. Bosch/Dr. C. Löh

Blatt 8 vom 22. Juni 2009

---

**Thema 1** (Funktorialität der Picardgruppe).

1. Sei  $\varphi: X \rightarrow Y$  ein Morphismus von Schemata. Zeigen Sie, dass das Pull-back bezüglich  $\varphi$  einen wohldefinierten Homomorphismus

$$\text{Pic}(\varphi): \text{Pic}(Y) \rightarrow \text{Pic}(X)$$

induziert und dass  $\text{Pic}(\cdot)$  auf diese Weise ein Funktor wird.

2. Beschreiben Sie den durch einen Schemamorphismus  $\varphi: X \rightarrow Y$  induzierten Homomorphismus  $\text{Pic}(\varphi): \text{Pic}(Y) \rightarrow \text{Pic}(X)$  auf der Ebene von Kozykeln.
3. Sei  $L$  ein Körper, seien  $n, d \in \mathbb{N}_{>0}$  und sei  $f: L[t_0, \dots, t_n] \rightarrow L[t_0, \dots, t_n]$  der Homomorphismus graduerter  $L$ -Algebren, der durch

$$f(t_j) := t_j^d$$

für alle  $j \in \{0, \dots, n\}$  gegeben ist. Zeigen Sie, dass  $f$  einen Morphismus  $\varphi: \mathbb{P}_L^n \rightarrow \mathbb{P}_L^n$  von Schemata induziert und bestimmen Sie den entsprechenden Homomorphismus  $\text{Pic}(\varphi): \text{Pic}(\mathbb{P}_L^n) \rightarrow \text{Pic}(\mathbb{P}_L^n)$ .

**Thema 2** (Der Picardfunktor). Skizzieren Sie die Konstruktion des (relativen) Picardfunktors; erklären Sie dabei insbesondere, warum der Funktor aus Thema 1 kein geeigneter Kandidat ist (*S. Bosch, W. Lütkebohmert, M. Raynaud: Néron Models* [Chapter 8.1]).

---

Besprechung am 1. Juli 2009