

Berechenbarkeit Übungsblatt 8

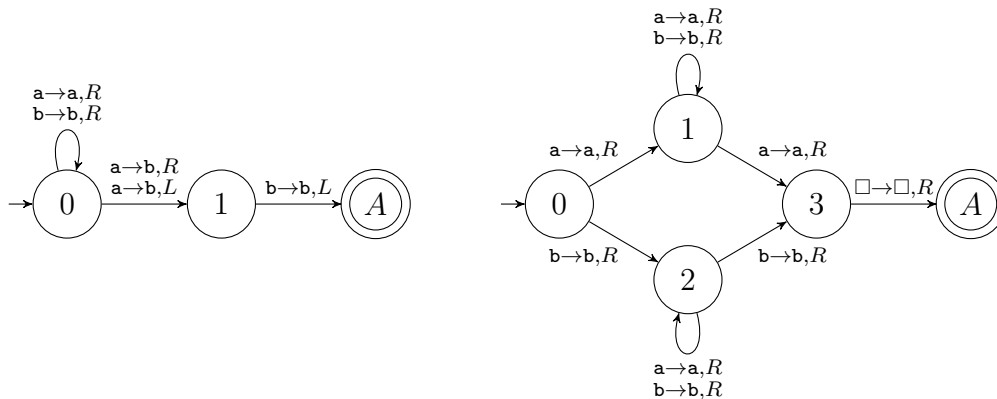
Zur Erinnerung: Wenn nichts dabei steht, ist mit „Turingmaschine“ immer eine deterministische ein-Band-Turingmaschine gemeint.

Turingmaschinen-Emulatoren:

Normale TM: <http://cs.uni-muenster.de/u/schulz/WS13/tm.html>

TM mit Ausgabe: <http://cs.uni-muenster.de/u/schulz/WS13/tm.html?mitAusgabe=1>

Aufgabe 1. Welche Sprachen über dem Alphabet $\{a, b\}$ akzeptieren die folgenden NTM? (Geben Sie in Worten eine möglichst einfache Beschreibung der Sprachen an.)



(Natürlich haben diese TM auch einen verwerfenden Zustand, aber der kann nicht erreicht werden und wurde deshalb im Diagramm weggelassen.) 4 Punkte

Aufgabe 2. Zeigen Sie, dass die erkennbare Sprachen unter folgenden Operationen abgeschlossen sind:

- a) Schnitt.
- b) Spiegelung.

4 Punkte

(Bitte wenden.)

Aufgabe 3. Zeigen Sie, dass das Komplement einer kontextfreien Sprache entscheidbar ist. *2 Punkte*

Aufgabe 4. Sei L die Sprache über $\{0, 1\}^*$, die nur aus dem folgenden Wort s besteht:

$$s = \begin{cases} 1 & \text{wenn der Nikolaus existiert} \\ 0 & \text{wenn er nicht existiert.} \end{cases}$$

Ist L aufzählbar? Ist L entscheidbar? Hängen diese Antworten von irgendwelchen Annahmen über den Nikolaus ab? *4 Punkte*

Aufgabe 5. Hilberts Hotel hat unendlich viele Zimmer, die mit den natürlichen Zahlen durchnummeriert sind. Wenn alle Zimmer belegt sind und ein neuer Gast kommt, wird einfach jeder der vorhandenen Gäste in das Zimmer mit der nächsthöheren Nummer verlegt, so dass das Zimmer Nummer 0 für den neuen Gast frei wird. Jetzt kommen aber unendlich viele neue Gäste (die auch mit den natürlichen Zahlen durchnummeriert sind). Hier ist ein Vorschlag, diese Gäste auch im Hotel unterzubringen:

Alle alten Gäste werden um eins verschoben um einen Platz für den neuen Gast Nummer 0 zu schaffen. Dies wiederholt man für die neuen Gäste Nr. 1, 2, 3, etc. unendlich oft. Auf diese Art erhält jeder neue Gast irgendwann ein Zimmer.

Warum ist dies kein Beweis, dass die Menge aller Gäste (alte und neue zusammen) gleichmächtig wie die Menge der Zimmer ist? Können Sie eine bessere Strategie angeben, alle Gäste unterzubringen? *2 Punkte*

Abgabe bis Donnerstag, den 17.12., 12:00 Uhr.

Die Übungsblätter sollen zu zweit bearbeitet und abgegeben werden.

Web-Seite: <http://www.math.uni-muenster.de/u/franziska.jahnke/bt/>