

Berechenbarkeit
Übungsblatt 11

Aufgabe 1.

a) Welche der folgenden Aussagen liegen in $\text{Th}(\mathbb{N}, \text{PLUS})$ (mit Begründung)?

(i) $\forall x[\forall y[\exists z[\text{PLUS}(x, z, y)]]]$

(ii) $\forall x[\forall y[\exists z[\text{PLUS}(x, y, z)]]]$

Zur Erinnerung: Für Formeln ψ und ϕ ist $\phi \rightarrow \psi$ eine Abkürzung für $\psi \vee \neg\phi$.

b) Geben Sie ein Modell der folgenden Aussage an:

$$\forall x[\forall y[\forall z[((R(x, y) \wedge R(y, z)) \rightarrow R(x, z)) \wedge \neg R(x, x)]]]$$

Gibt es auch ein endliches Modell?

4 Punkte

Aufgabe 2. Zeigen Sie, dass $\text{Th}(\mathbb{N}, <)$ entscheidbar ist.

4 Punkte

Aufgabe 3. Formulieren Sie die folgenden Aussagen in der Struktur $(\mathbb{N}, +, \cdot, <, =)$.

a) Jede gerade natürliche Zahl ist Summe zweier Primzahlen.

b) Es gibt keine Quadratzahl, die Produkt vierer aufeinanderfolgender Zahlen ist.

c) Es gibt eine Primzahl, die Produkt dreier Quadratwurzeln ist.

4 Punkte

Aufgabe 4.

a) Zeigen Sie, dass die Relation \leq_p aus der Vorlesung transitiv ist.

b) Angenommen $P \neq NP$. Zeigen Sie, dass \leq_p nicht symmetrisch ist.

4 Punkte

Abgabe bis Donnerstag, den 21.01., 12:00 Uhr.

Die Übungsblätter sollen zu zweit bearbeitet und abgegeben werden.

Web-Seite: <http://www.math.uni-muenster.de/u/franziska.jahnke/bt/>