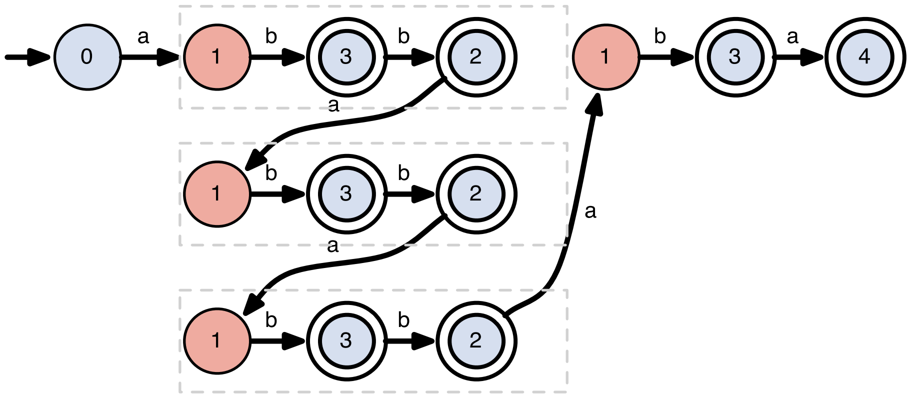
Berechenbarkeitstheorie

2. Vorlesung



Dr. Franziska Jahnke
Institut für Mathematische Logik und Grundlagenforschung
WWU Münster

Vorlesungsfolien und Übungszettel finden Sie auf

wwwmath.uni-muenster.de/u/franziska.jahnke/bt

Einteilung in die Übungsgruppen beginnt

heute, 15:30, über das Kursbuchungssystem

Tutoratszeiten: Di 14-16, Mi 8-10, 12-14, 14-16, 16-18

Abgabe erster Zettel: 29.10.15

Deterministischer endlicher Automat

Deterministischer Endlicher Automat

Ein DEA ist ein 5 Tupel $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, wobei gilt

- Q ist eine endliche Menge,
- Σ ist ein Alphabet,
- $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ eine totale Funktion,
- $q_0 \in Q$,
- $F \subseteq Q$.

Deterministischer endlicher Automat

Deterministischer Endlicher Automat

Ein DEA ist ein 5 Tupel $(Q, \Sigma$ … bei gilt

Zustandsmenge

- Q ist eine endliche Menge,
- Σ ist ein Alphabet,
- $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ eine totale Funktion,
- $q_0 \in Q$,
- $F \subseteq Q$.

Übergangsfunktion

Startzustand

akzeptierende Zustände

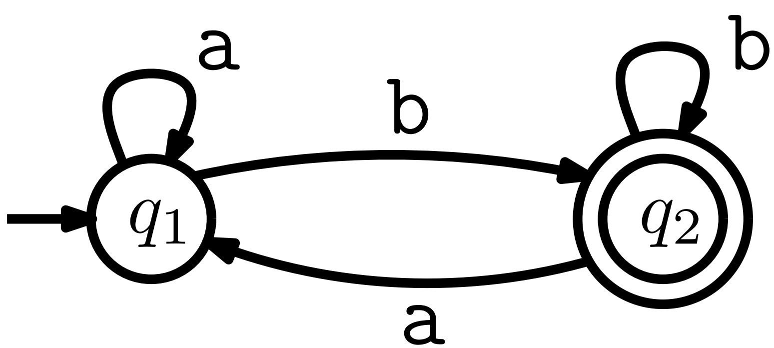
Deterministischer endlicher Automat

Deterministischer Endlicher Automat

Ein DEA ist ein 5 Tupel $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, wobei gilt

- Q ist eine endliche Menge,
- Σ ist ein Alphabet,
- $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ eine totale Funktion,
- $q_0 \in Q$,
- $F \subseteq Q$.

Beispiel:
(als Diagramm)



Arbeitsweise

w-**Lauf** eines DEAs M für ein Wort $w \in \Sigma^*$:

→ Folge von Zustandsübergängen $(q_{i_1}, q_{i_2}, \ldots, q_{i_m})$ mit

1. $q_0 = q_{i_1}$,
2. $w = x_1 x_2 x_3 \cdots x_{m-1}$, mit $x_i \in \Sigma$,
3. $\delta(q_{i_k}, x_i) = q_{i_{k+1}}$ für alle $1 \leq k < m$.

Akzeptanz eines Wortes (DEA)

Ein DEA M **akzeptiert ein Wort** $w \in \Sigma^*$ genau dann, wenn der w-Lauf von M in einem akzeptierenden Zustand endet.

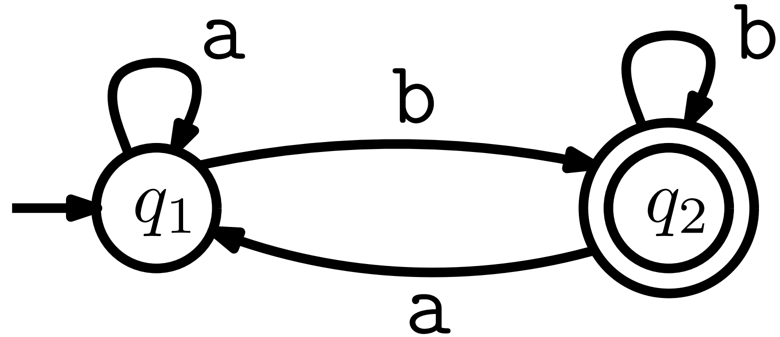
Erkennen einer Sprache (DEA)

Ein DEA M **erkennt (akzeptiert) die Sprache**

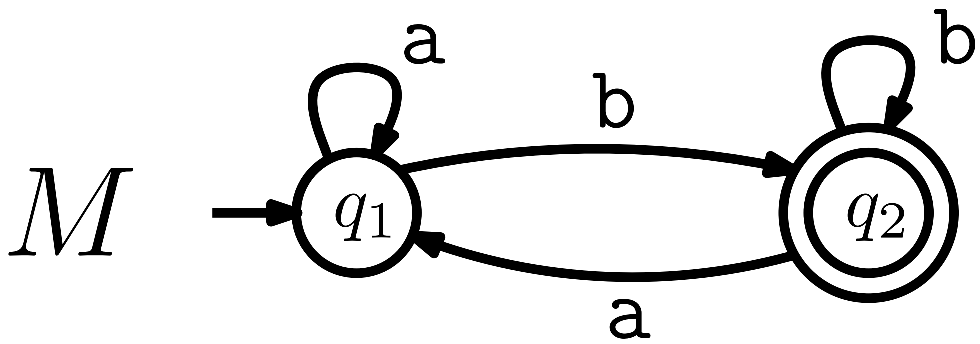
$$L(M) := \{w \in \Sigma^* \mid M \text{ akzeptiert } w\}.$$

Beispiel 1

M

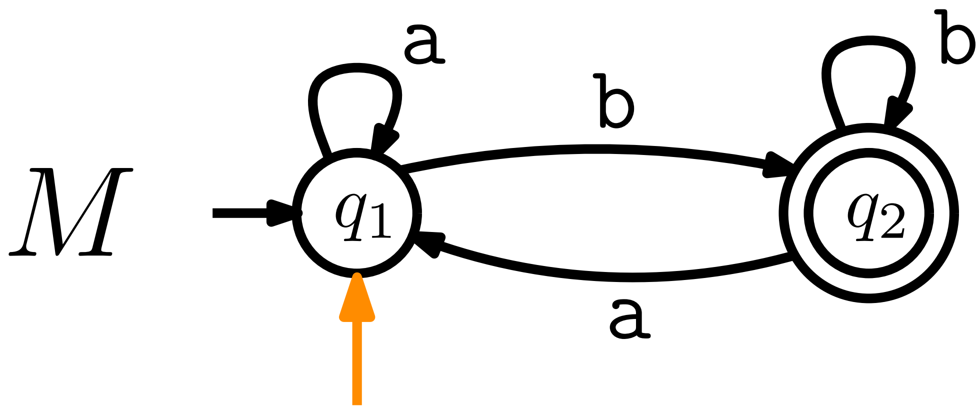


Beispiel 1



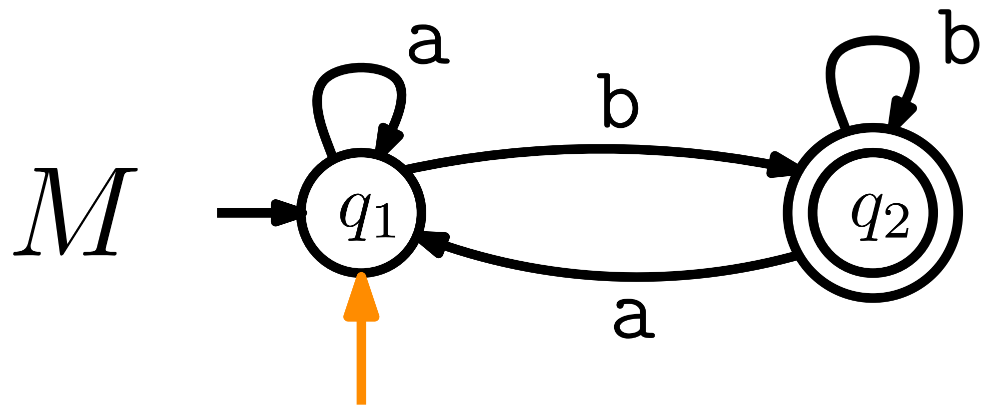
- Wort: `abaa`

Beispiel 1



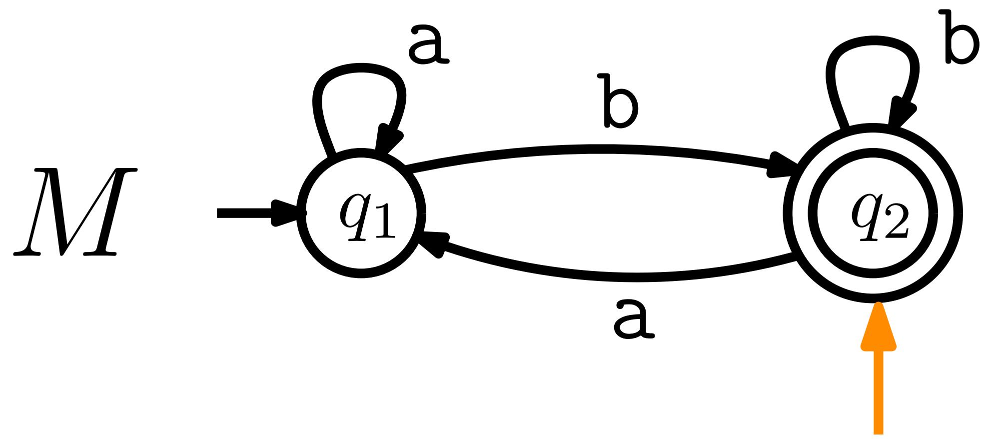
- Wort: `abaa`

Beispiel 1



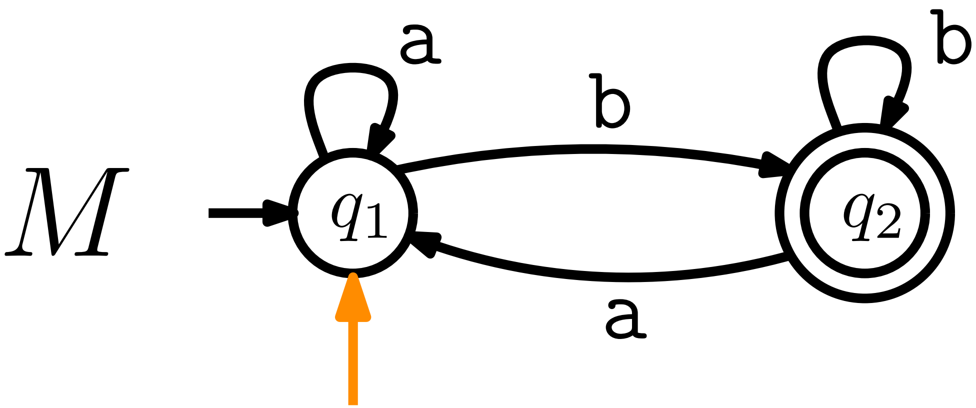
- Wort: `abaa`

Beispiel 1



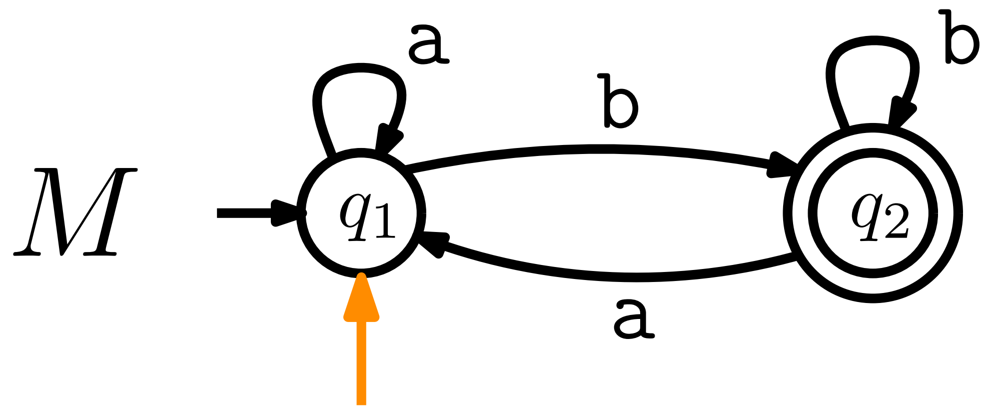
- Wort: `abaa`

Beispiel 1



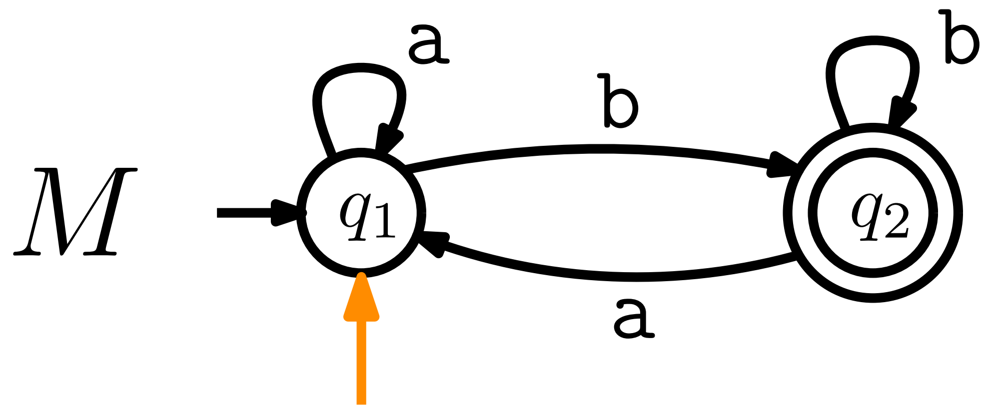
- Wort: `abaa`

Beispiel 1



- Wort: `abaa`

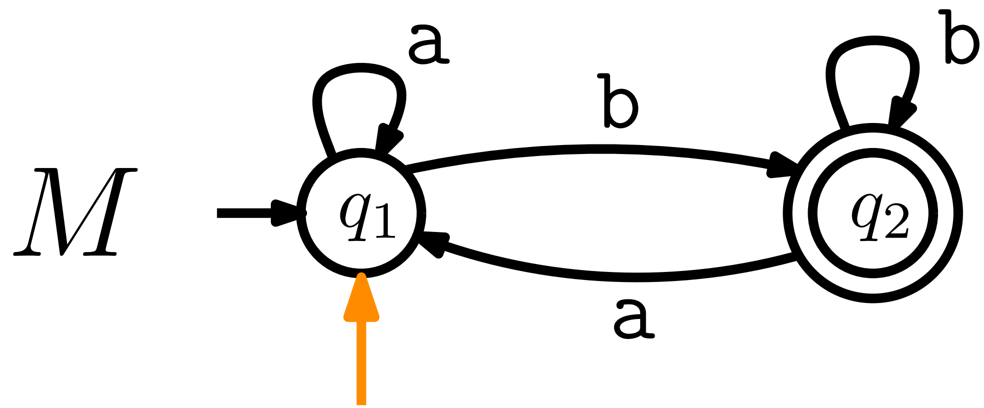
Beispiel 1



- Wort: `abaa`

$\delta^*(q_1, \texttt{abaa}) = q_1$
da $q_1 \notin F$ folgt, $\texttt{abaa} \notin L(M)$

Beispiel 1

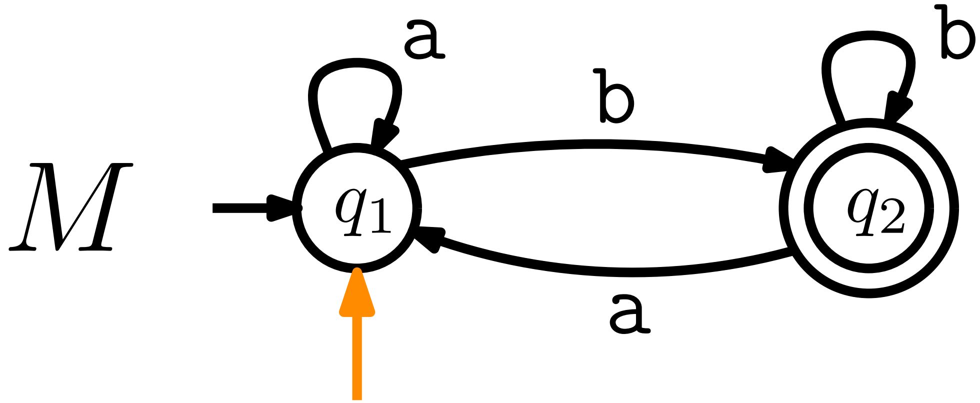


- Wort: `abaa`

$\delta^*(q_1, \texttt{abaa}) = q_1$
da $q_1 \notin F$ folgt, `abaa` $\notin L(M)$

- Wort: `bb`

Beispiel 1

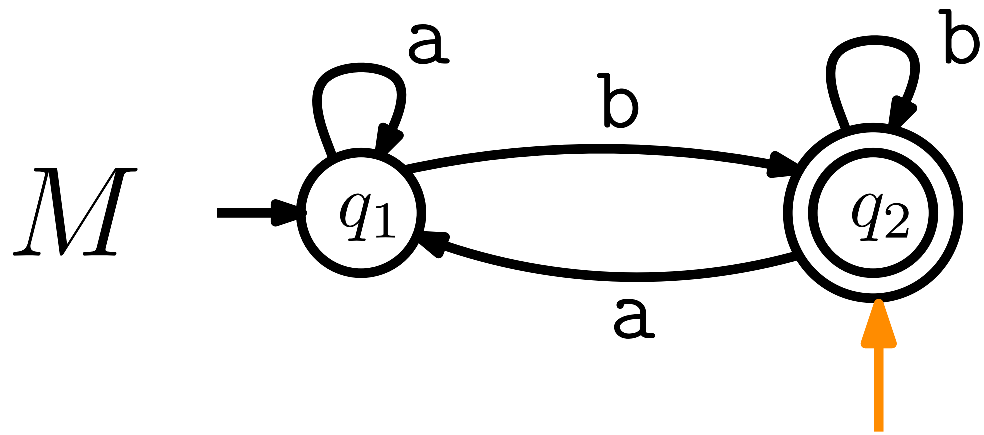


- Wort: `abaa`

  $\delta^*(q_1, \texttt{abaa}) = q_1$
  da $q_1 \notin F$ folgt, $\texttt{abaa} \notin L(M)$

- Wort: `bb`

Beispiel 1

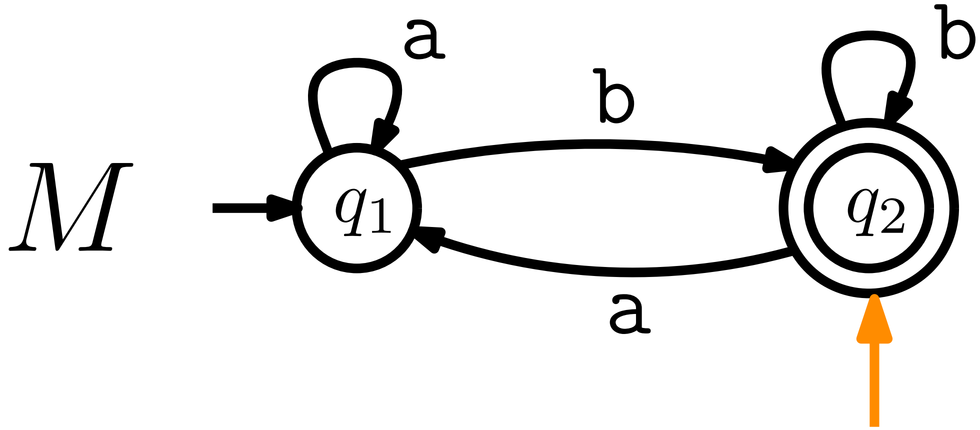


- Wort: `abaa`

$\delta^*(q_1, \texttt{abaa}) = q_1$
da $q_1 \notin F$ folgt, `abaa` $\notin L(M)$

- Wort: `bb`

Beispiel 1

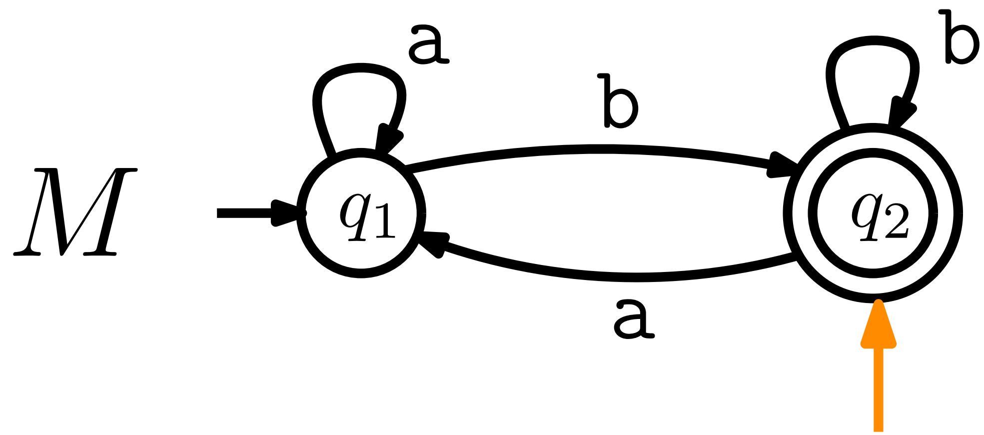


- Wort: `abaa`

$\delta^*(q_1, \texttt{abaa}) = q_1$
da $q_1 \notin F$ folgt, $\texttt{abaa} \notin L(M)$

- Wort: `bb`

Beispiel 1



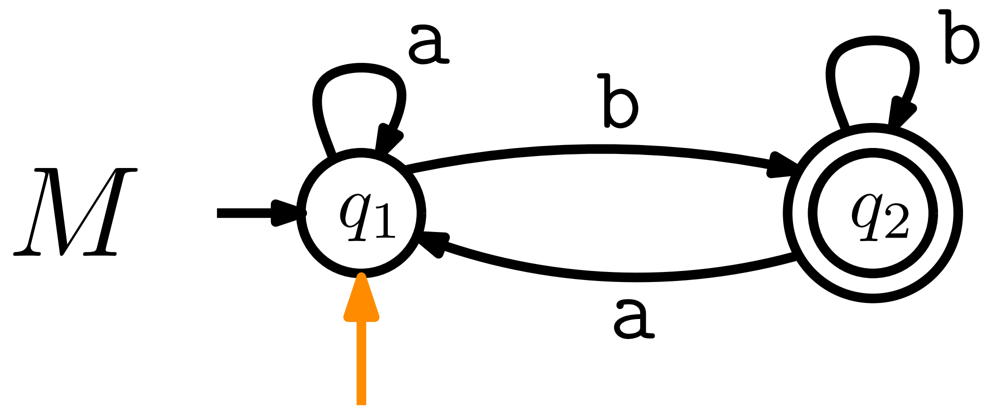
- Wort: `abaa`

  $\delta^*(q_1, \texttt{abaa}) = q_1$
  da $q_1 \notin F$ folgt, $\texttt{abaa} \notin L(M)$

- Wort: `bb`

  $\delta^*(q_1, \texttt{bb}) = q_2$
  da $q_2 \in F$ folgt, $\texttt{bb} \in L(M)$

Beispiel 1



- Wort: abaa

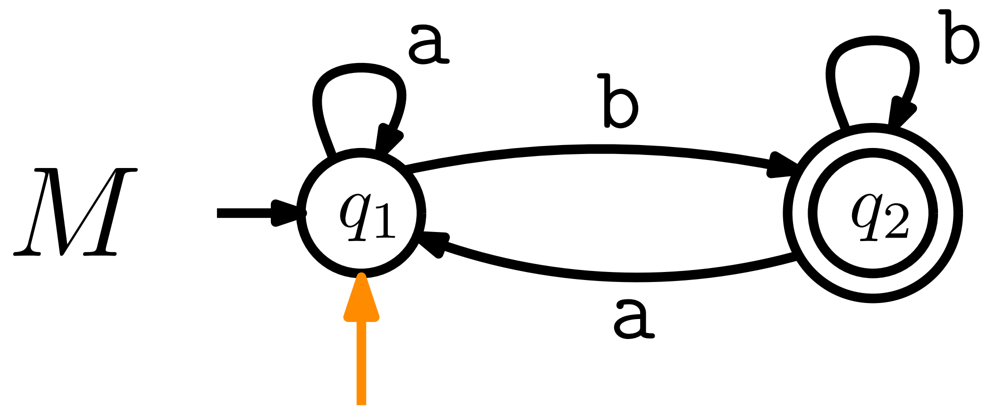
  $\delta^*(q_1, \texttt{abaa}) = q_1$
  da $q_1 \notin F$ folgt, abaa $\notin L(M)$

- Wort: bb

  $\delta^*(q_1, \texttt{bb}) = q_2$
  da $q_2 \in F$ folgt, bb $\in L(M)$

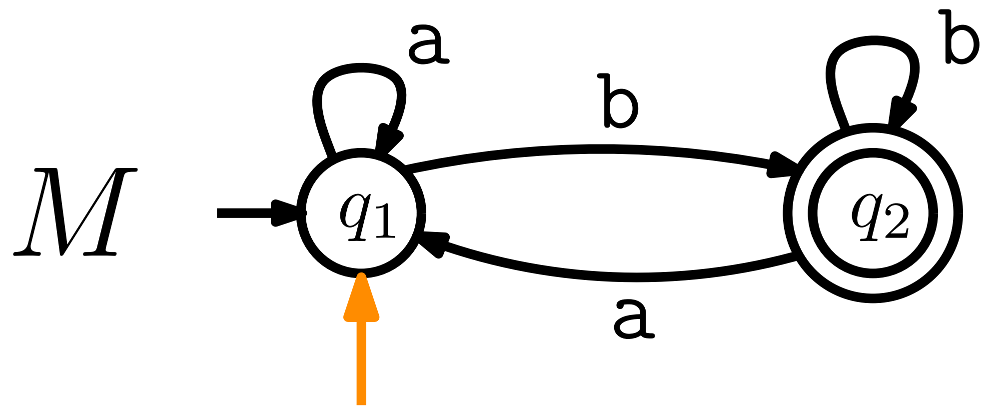
- Wort: ε

Beispiel 1



- Wort: $\texttt{abaa}$ — $\delta^*(q_1, \texttt{abaa}) = q_1$
  da $q_1 \notin F$ folgt, $\texttt{abaa} \notin L(M)$
- Wort: $\texttt{bb}$ — $\delta^*(q_1, \texttt{bb}) = q_2$
  da $q_2 \in F$ folgt, $\texttt{bb} \in L(M)$
- Wort: ε — $\delta^*(q_1, \varepsilon) = q_1$
  da $q_1 \notin F$ folgt, $\varepsilon \notin L(M)$

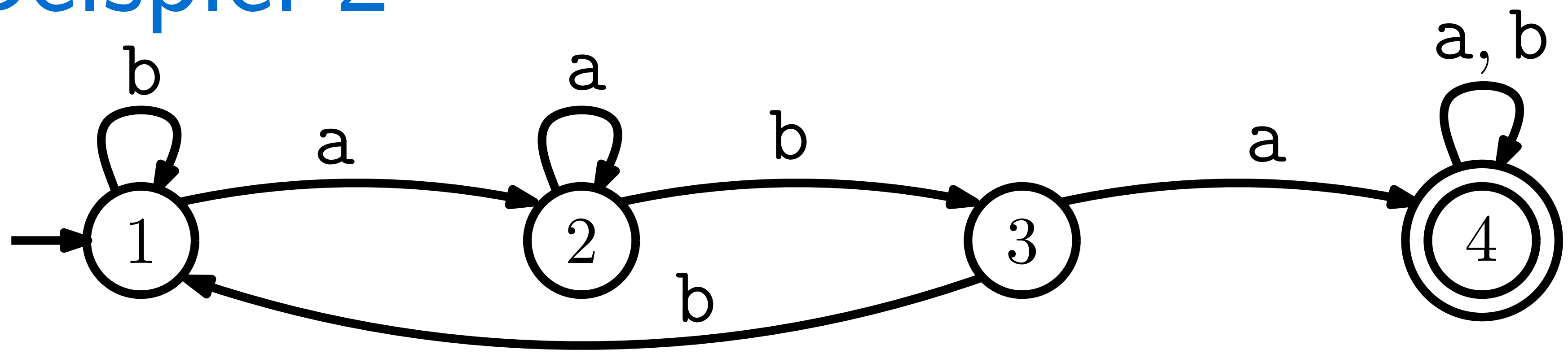
Beispiel 1



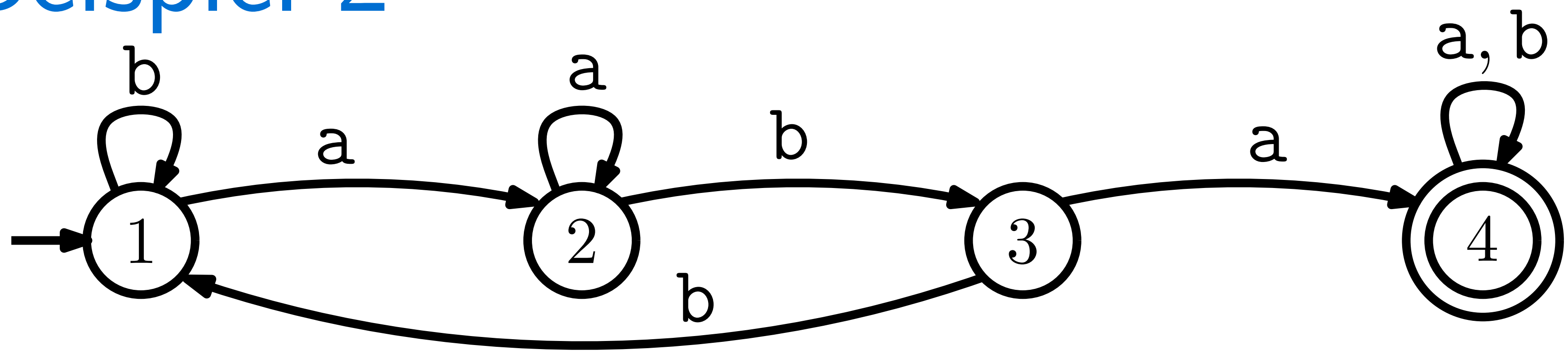
- Wort: $\mathtt{abaa}$ — $\delta^*(q_1, \mathtt{abaa}) = q_1$
  da $q_1 \notin F$ folgt, $\mathtt{abaa} \notin L(M)$
- Wort: $\mathtt{bb}$ — $\delta^*(q_1, \mathtt{bb}) = q_2$
  da $q_2 \in F$ folgt, $\mathtt{bb} \in L(M)$
- Wort: ε — $\delta^*(q_1, \varepsilon) = q_1$
  da $q_1 \notin F$ folgt, $\varepsilon \notin L(M)$

$$L(M) = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ endet auf } \mathtt{b}\}$$

Beispiel 2

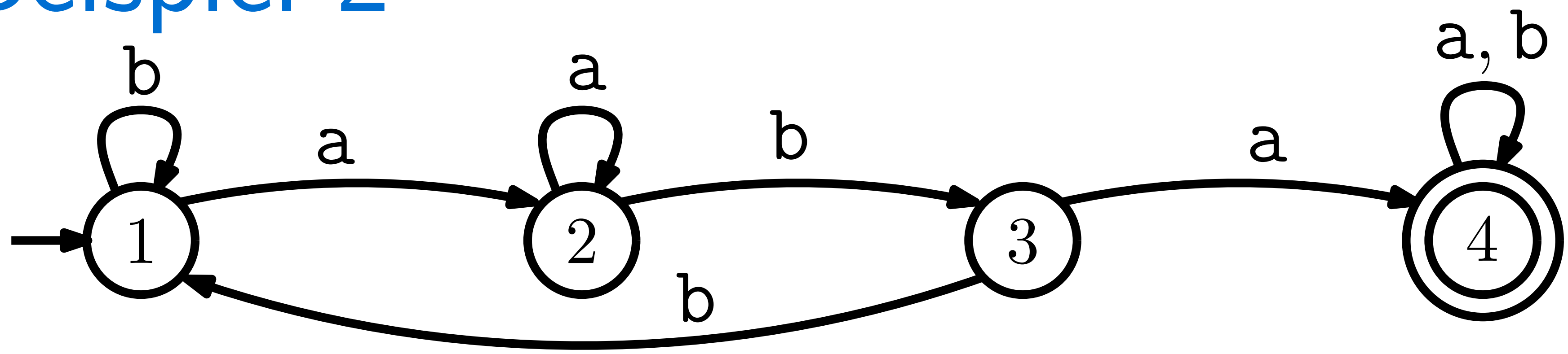


Beispiel 2



- Wort: `abbab`

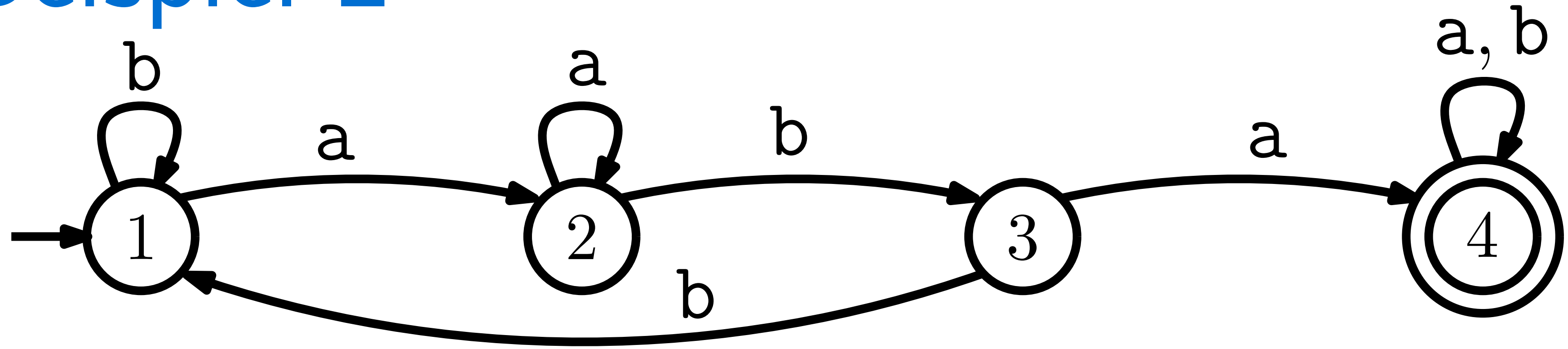
Beispiel 2



- Wort: `abbab`

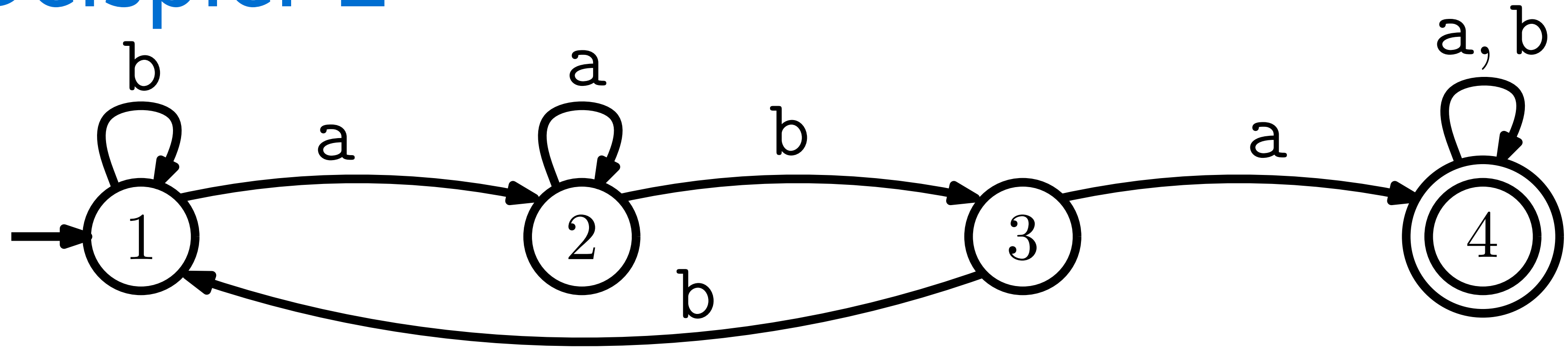
  Lauf endet im Zustand 3 $\rightarrow$ nicht akzeptiert

Beispiel 2



- Wort: abbab
  Lauf endet im Zustand 3 $\rightarrow$ nicht akzeptiert
- Wort: babab

Beispiel 2

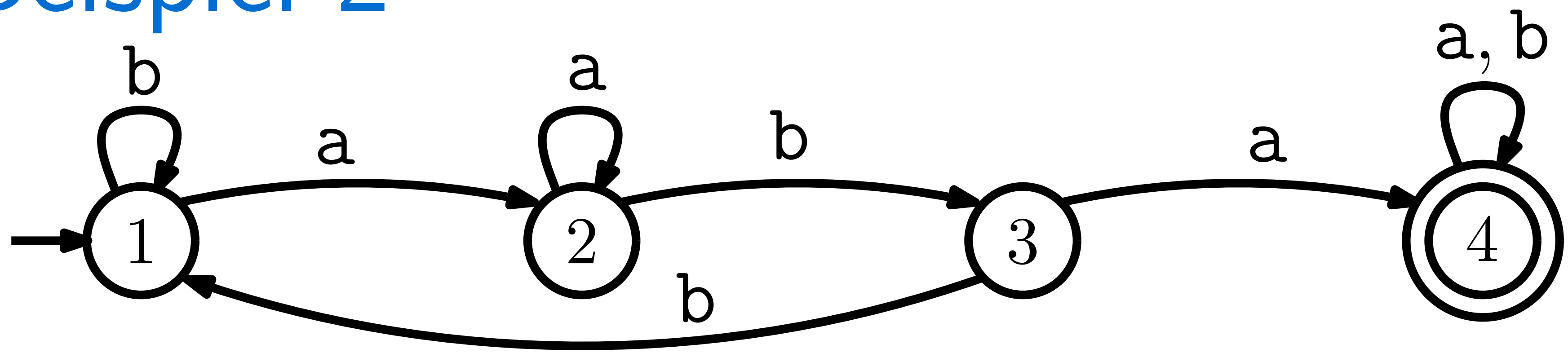


- Wort: `abbab`

  Lauf endet im Zustand 3 $\rightarrow$ nicht akzeptiert
- Wort: `babab`

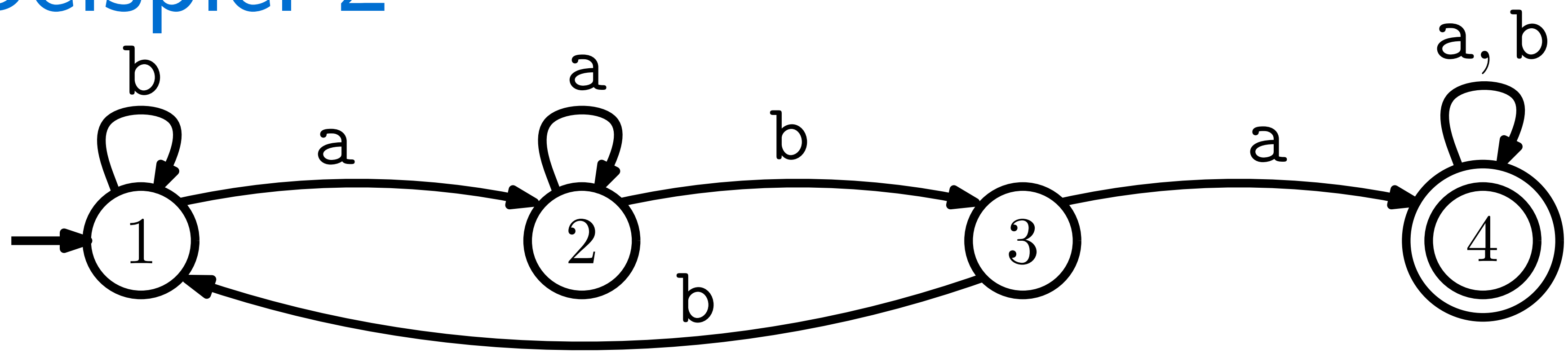
  Lauf endet im Zustand 4 $\rightarrow$ akzeptiert

Beispiel 2



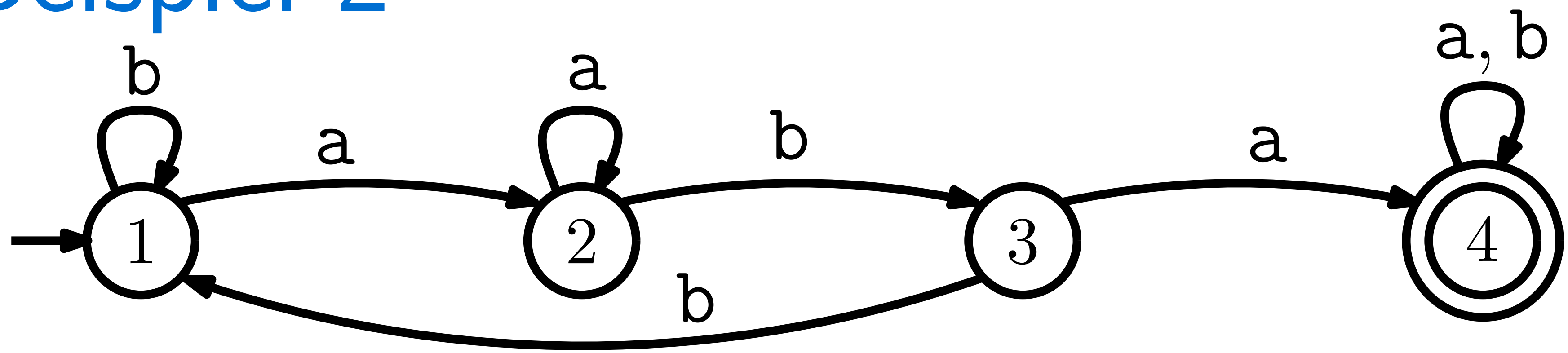
- Wort: `abbab`
  Lauf endet im Zustand 3 $\to$ nicht akzeptiert
- Wort: `babab`
  Lauf endet im Zustand 4 $\to$ akzeptiert
- Wort beginnt mit `babab`

Beispiel 2



- Wort: abbab
  Lauf endet im Zustand 3 $\rightarrow$ nicht akzeptiert
- Wort: babab
  Lauf endet im Zustand 4 $\rightarrow$ akzeptiert
- Wort beginnt mit babab
  Lauf endet im Zustand 4 $\rightarrow$ akzeptiert

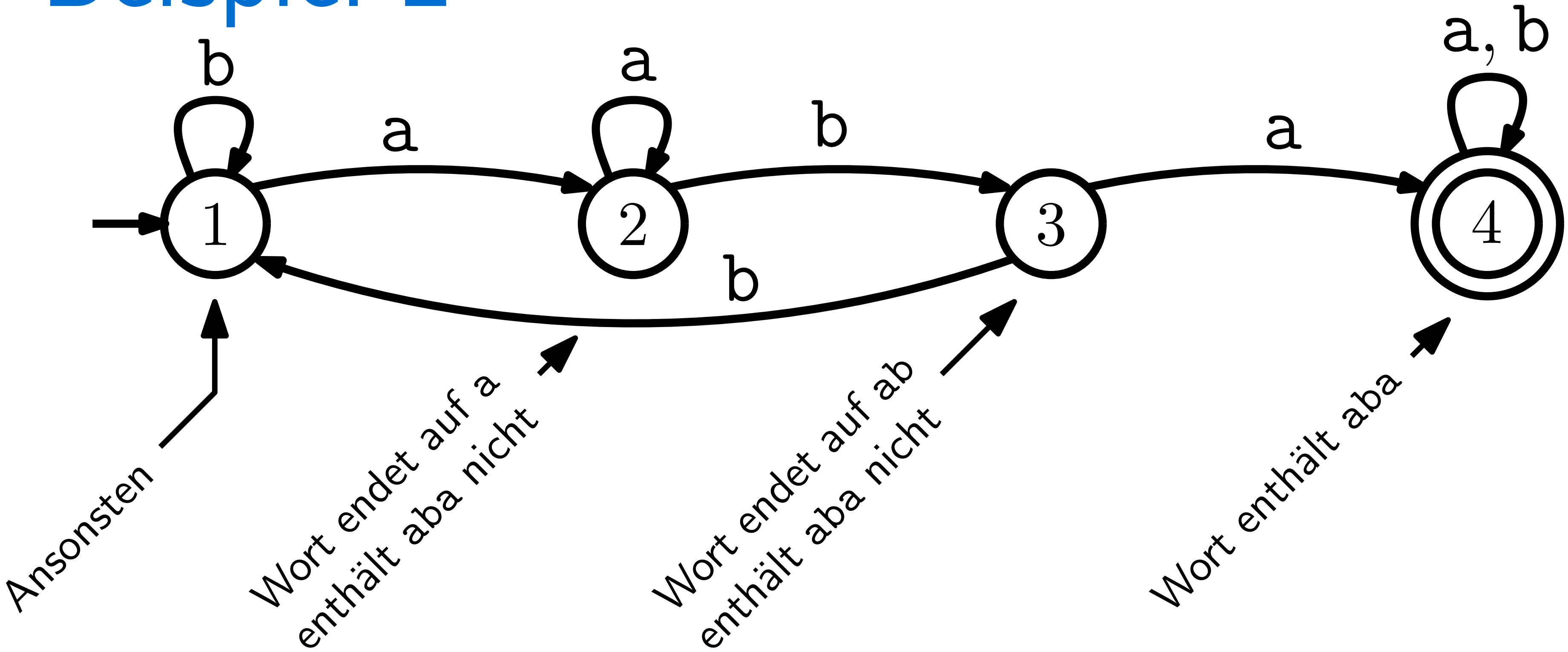
Beispiel 2



- Wort: abbab
  Lauf endet im Zustand 3 $\rightarrow$ nicht akzeptiert
- Wort: babab
  Lauf endet im Zustand 4 $\rightarrow$ akzeptiert
- Wort beginnt mit babab
  Lauf endet im Zustand 4 $\rightarrow$ akzeptiert

$$L(M) = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ enthält Teilwort aba}\}$$

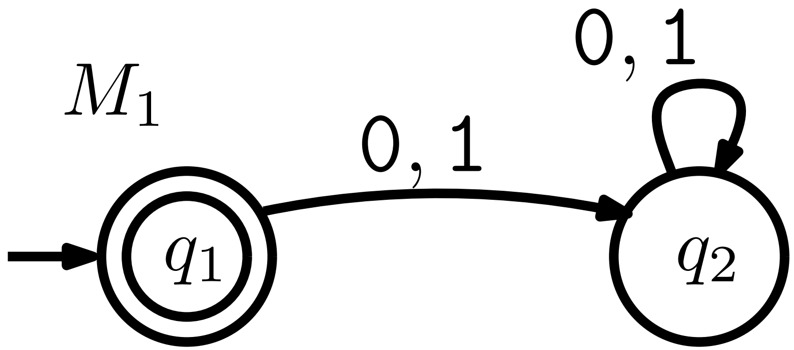
Beispiel 2



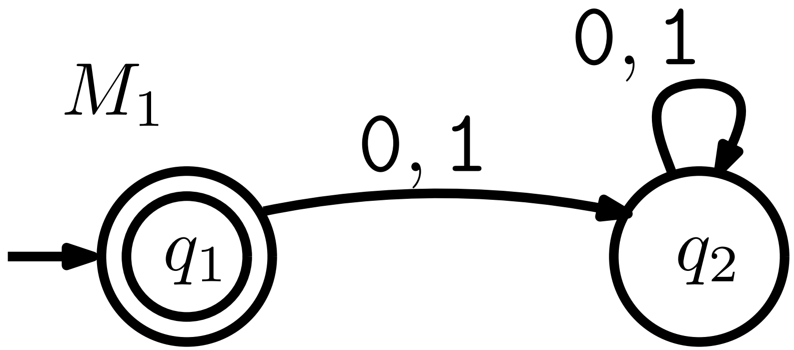
$$L(M) = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ enthält Teilwort aba}\}$$

Beispiele 3

Beispiele 3



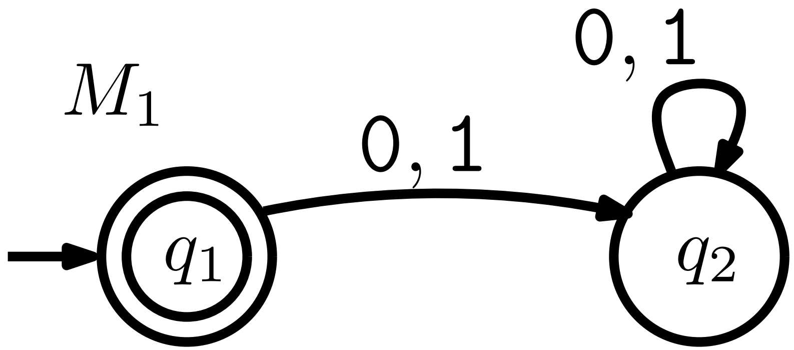
Beispiele 3



$L(M_1) = \{\varepsilon\}$

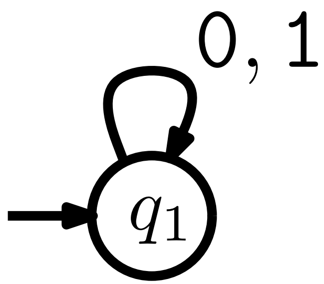
Beispiele 3

M_1

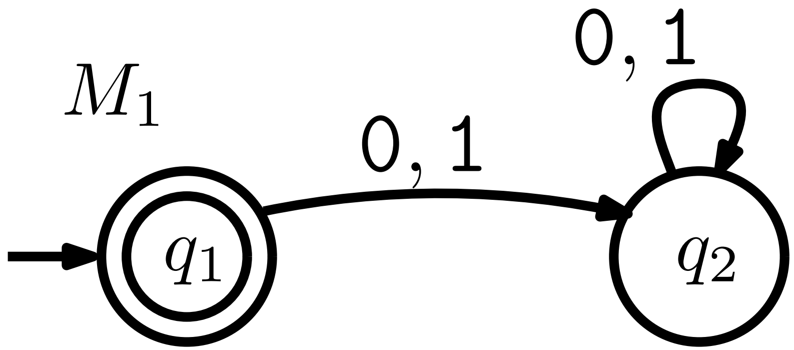


$$L(M_1) = \{\varepsilon\}$$

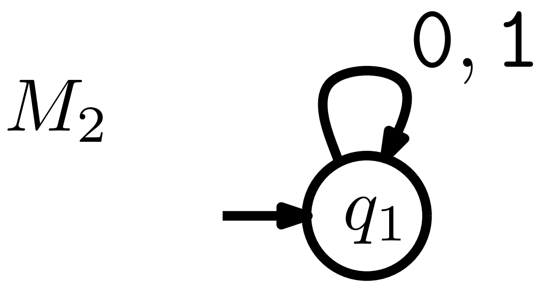
M_2



Beispiele 3



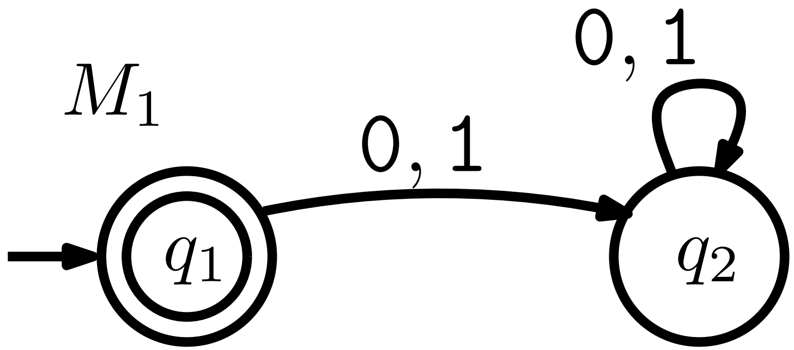
$L(M_1) = \{\varepsilon\}$



$L(M_2) = \emptyset$

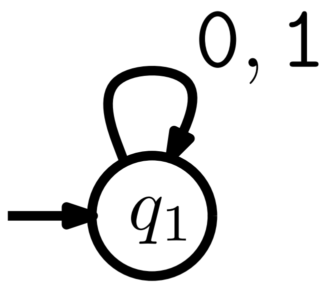
Beispiele 3

M_1



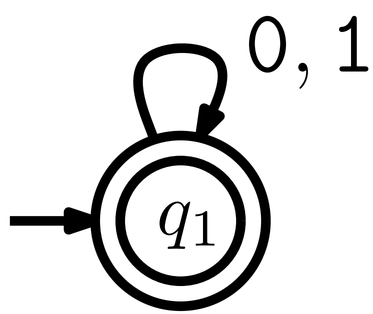
$L(M_1) = \{\varepsilon\}$

M_2



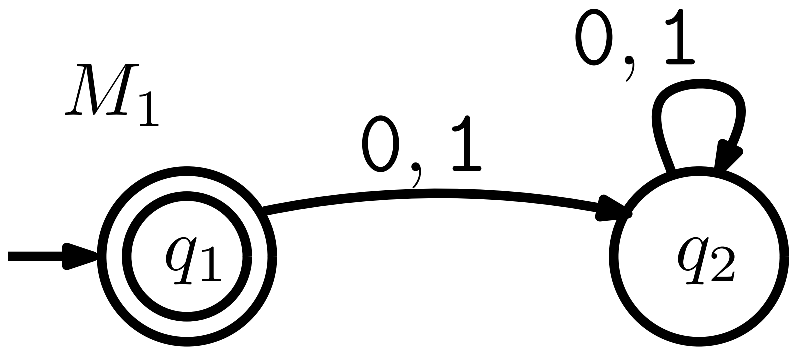
$L(M_2) = \emptyset$

M_3



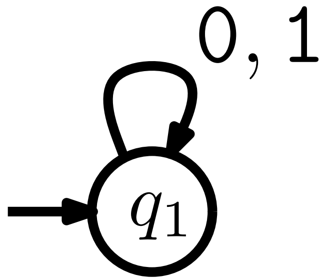
Beispiele 3

M_1



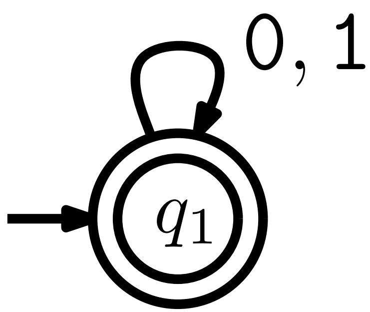
$$L(M_1) = \{\varepsilon\}$$

M_2



$$L(M_2) = \emptyset$$

M_3



$$L(M_3) = \{0, 1\}^*$$

Reguläre Sprachen

Reguläre Sprachen

Definition

Wir bezeichnen mit

$$\mathrm{REG} = \{L \mid L \text{ wird von einem DEA erkannt}\}$$

die Menge der regulären Sprachen.

Eine Sprache $L \in \mathrm{REG}$ nennen wir regulär.

Reguläre Sprachen

Definition

Wir bezeichnen mit

$$\mathrm{REG} = \{L \mid L \text{ wird von einem DEA erkannt}\}$$

die Menge der regulären Sprachen.

Eine Sprache $L \in \mathrm{REG}$ nennen wir regulär.

Bsp.: $\{\varepsilon\}, \emptyset, \{\mathtt{a}, \mathtt{ab}, \mathtt{bbb}\}, \{\mathtt{a}^k \mid k \in \mathbf{N}\} \in \mathrm{REG}$

Reguläre Sprachen

Definition

Wir bezeichnen mit

$$\mathrm{REG} = \{L \mid L \text{ wird von einem DEA erkannt}\}$$

die Menge der regulären Sprachen.
Eine Sprache $L \in \mathrm{REG}$ nennen wir regulär.

Bsp.: $\{\varepsilon\}, \emptyset, \{\mathtt{a}, \mathtt{ab}, \mathtt{bbb}\}, \{\mathtt{a}^k \mid k \in \mathbf{N}\} \in \mathrm{REG}$

Definition

Eine Sprache L mit $|L| < \infty$ heißt endlich.

Reguläre Sprachen

Definition

Wir bezeichnen mit

$$\mathsf{REG} = \{L \mid L \text{ wird von einem DEA erkannt}\}$$

die Menge der regulären Sprachen.
Eine Sprache $L \in \mathsf{REG}$ nennen wir regulär.

Bsp.: $\{\varepsilon\}, \emptyset, \{\mathtt{a}, \mathtt{ab}, \mathtt{bbb}\}, \{\mathtt{a}^k \mid k \in \mathbf{N}\} \in \mathsf{REG}$

Definition

Eine Sprache L mit $|L| < \infty$ heißt endlich.

Satz 1

Jede endliche Sprache ist regulär.

Beweisskizze Satz 1

Beweisskizze Satz 1

- Angenommen $\Sigma = \{0, 1\}$, $L \in$ REG, und das längste Wort in L hat k Zeichen

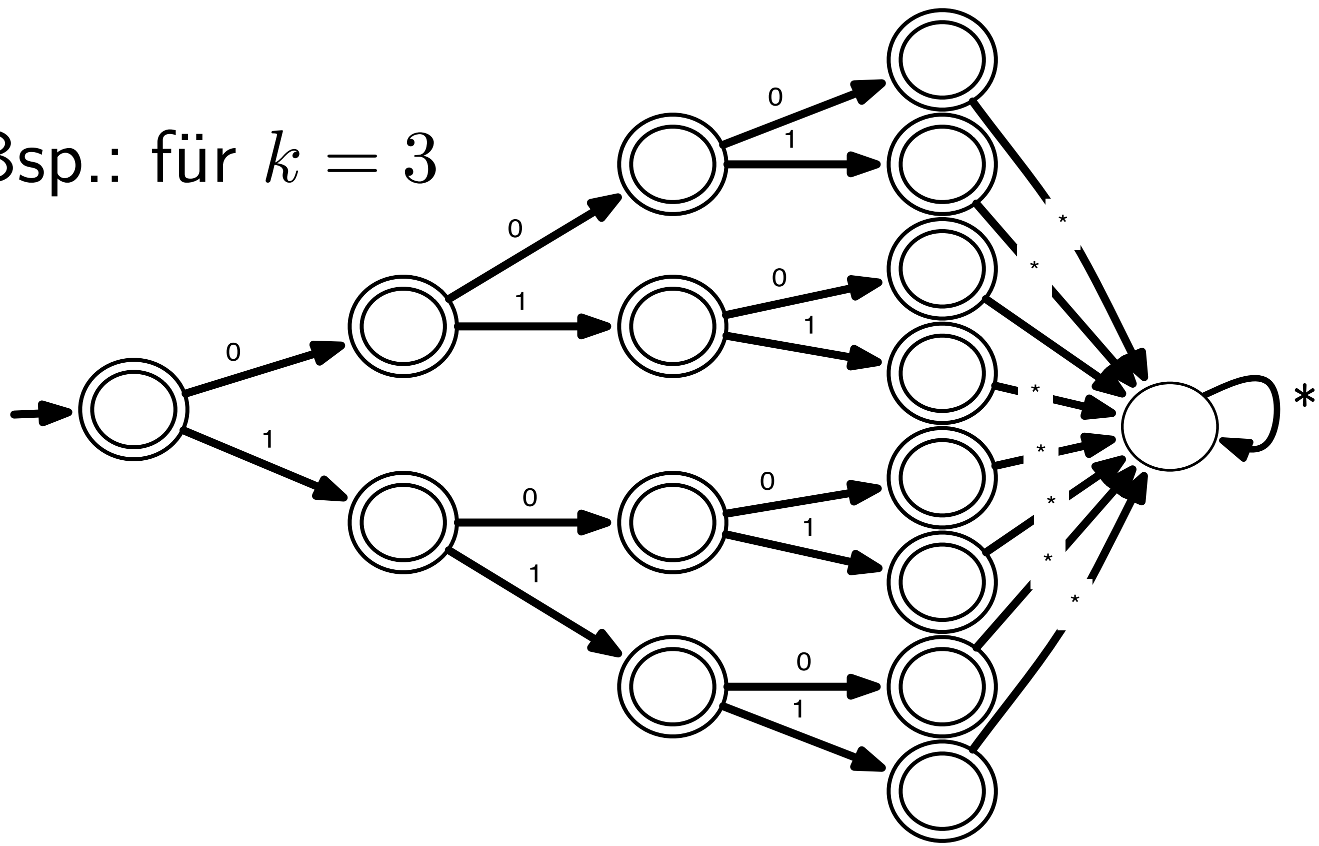
Beweisskizze Satz 1

- Angenommen $\Sigma = \{0, 1\}$, $L \in$ REG, und das längste Wort in L hat k Zeichen
- Konstruiere DEA der $\Sigma^{\leq k}$ erkennt wie folgt

Beweisskizze Satz 1

- Angenommen $\Sigma = \{0,1\}$, $L \in$ REG, und das längste Wort in L hat k Zeichen
- Konstruiere DEA der $\Sigma^{\leq k}$ erkennt wie folgt

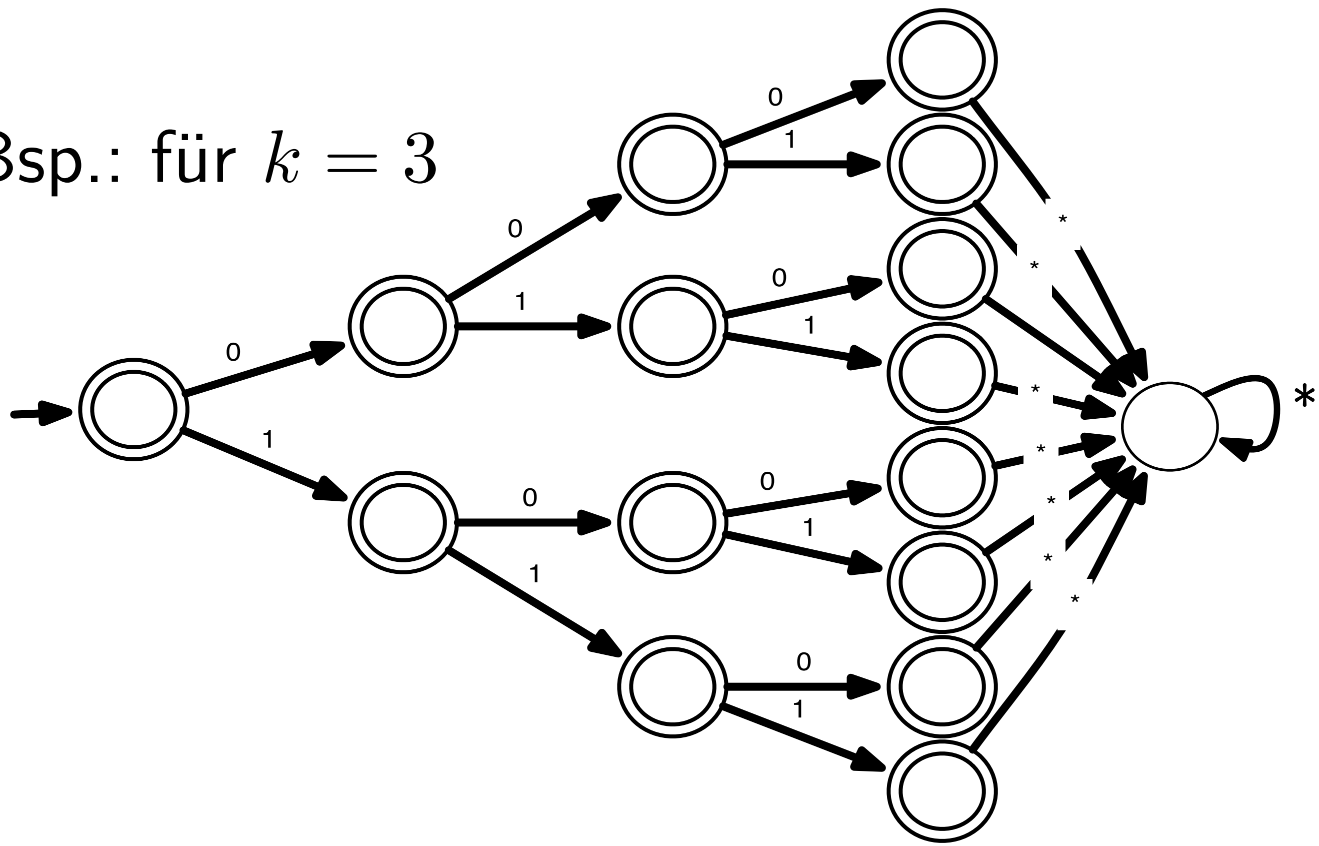
Bsp.: für $k = 3$



Beweisskizze Satz 1

- Angenommen $\Sigma = \{0, 1\}$, $L \in$ REG, und das längste Wort in L hat k Zeichen
- Konstruiere DEA der $\Sigma^{\leq k}$ erkennt wie folgt

Bsp.: für $k = 3$

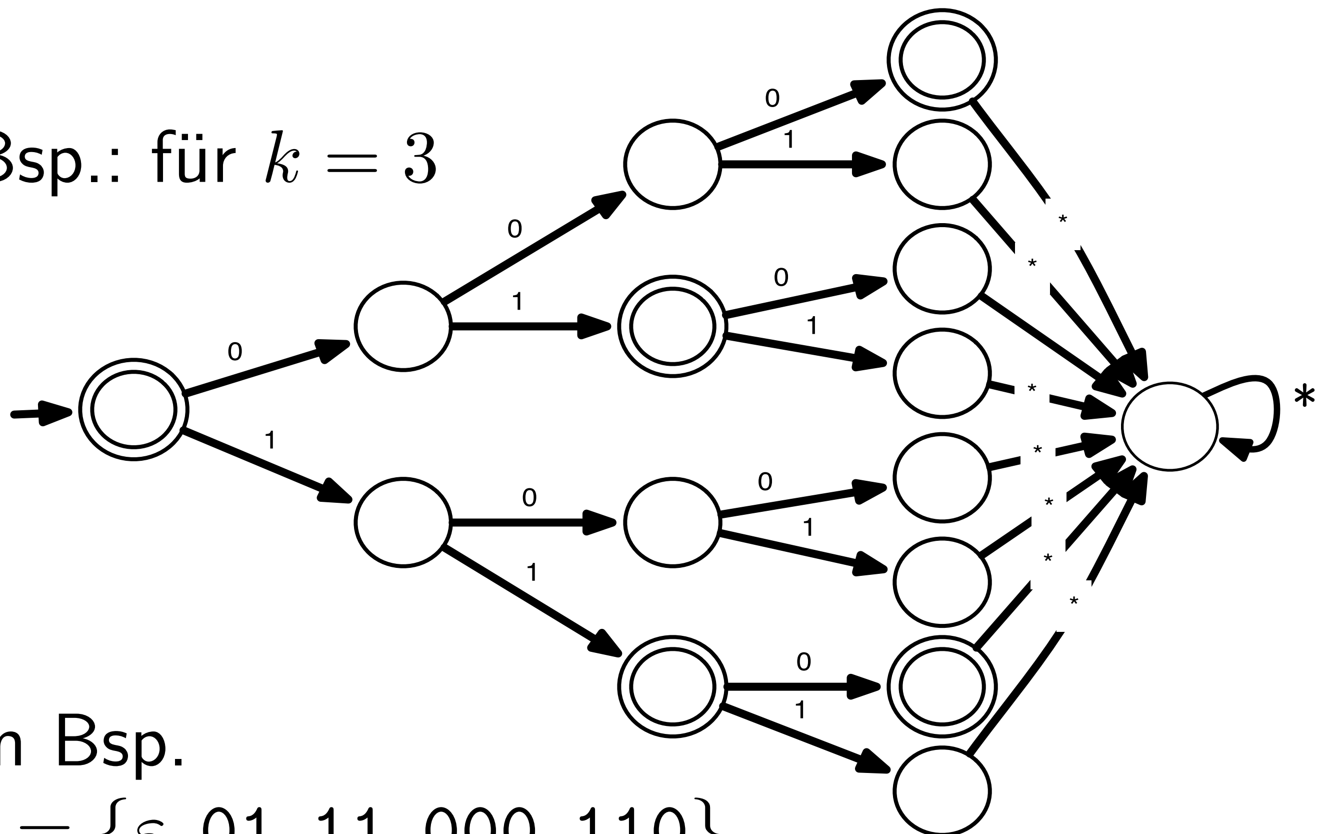


Wähle die akzeptierenden Zustände, sodass genau die Wörter aus L akzeptiert werden.

Beweisskizze Satz 1

- Angenommen $\Sigma = \{0, 1\}$, $L \in$ REG, und das längste Wort in L hat k Zeichen
- Konstruiere DEA der $\Sigma^{\leq k}$ erkennt wie folgt

Bsp.: für $k = 3$



Wähle die akzeptierenden Zustände, sodass genau die Wörter aus L akzeptiert werden.

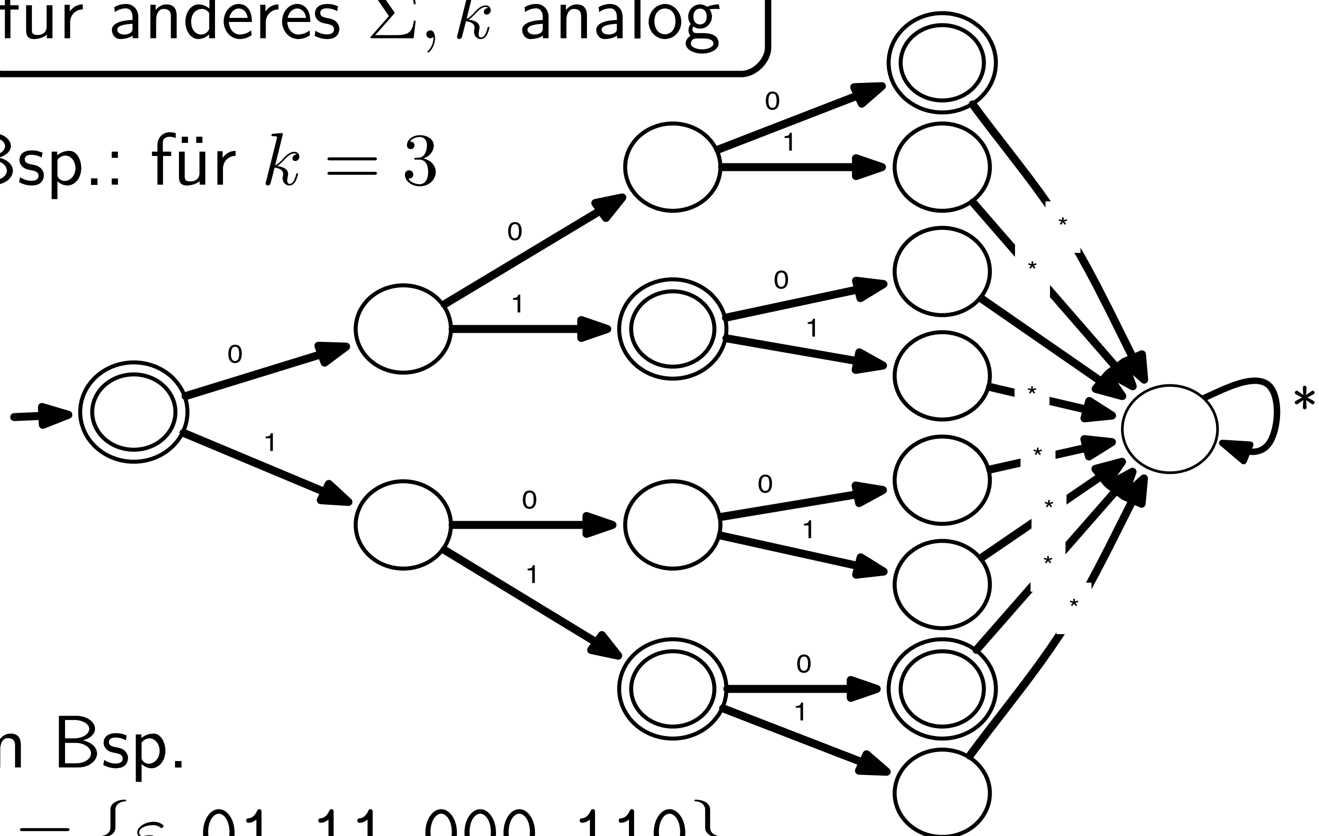
Im Bsp.
$L = \{\varepsilon, 01, 11, 000, 110\}$

Beweisskizze Satz 1

- Angenommen $\Sigma = \{0,1\}$, $L \in$ REG, und das längste Wort in L hat k Zeichen
- Konstruiere DEA der $\Sigma^{\leq k}$ erkennt wie folgt

für anderes Σ, k analog

Bsp.: für $k = 3$



Wähle die akzeptierenden Zustände, sodass genau die Wörter aus L akzeptiert werden.

Im Bsp.
$L = \{\varepsilon, 01, 11, 000, 110\}$

Nichtdeterminismus

Nichtdeterminismus

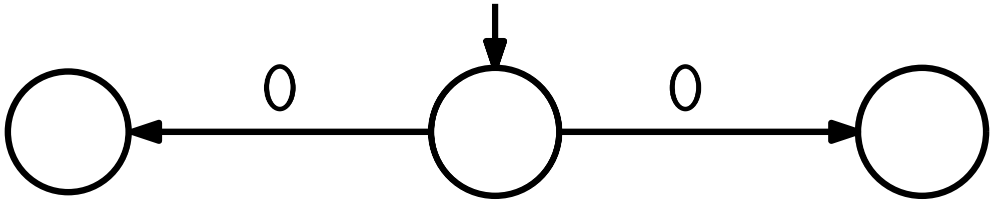
- Erweiterung von Berechnungsmodellen

Nichtdeterminismus

- Erweiterung von Berechnungsmodellen
- Berechnungsvorschrift mit *Freiheiten* ausgestattet

Nichtdeterminismus

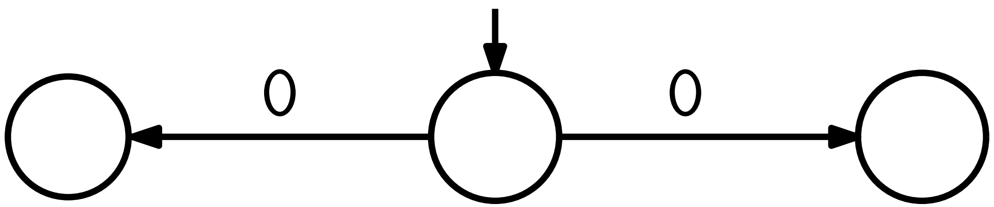
- Erweiterung von Berechnungsmodellen
- Berechnungsvorschrift mit *Freiheiten* ausgestattet



z.B. im DEA Kontext

Nichtdeterminismus

- Erweiterung von Berechnungsmodellen
- Berechnungsvorschrift mit *Freiheiten* ausgestattet

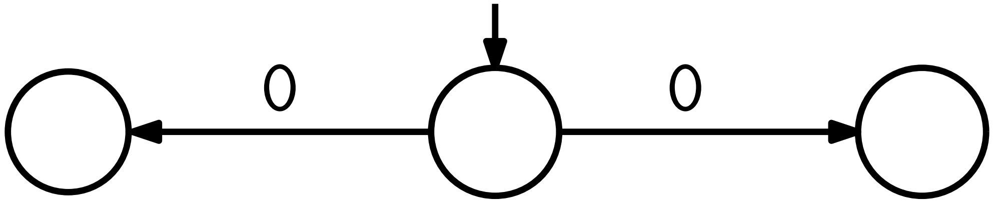


z.B. im DEA Kontext

- Akzeptanzbegriff: es existiert eine Möglichkeit die Eingabe zu akzeptieren

Nichtdeterminismus

- Erweiterung von Berechnungsmodellen
- Berechnungsvorschrift mit *Freiheiten* ausgestattet

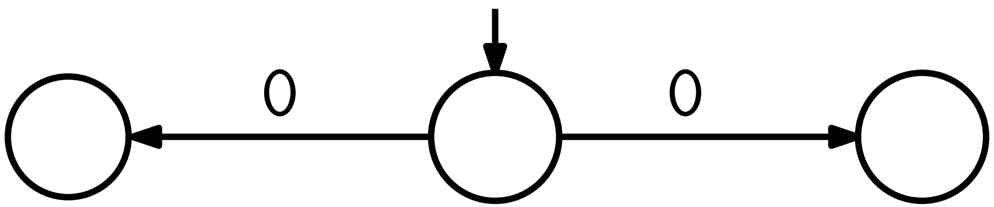


z.B. im DEA Kontext

- Akzeptanzbegriff: es existiert eine Möglichkeit die Eingabe zu akzeptieren
- Motivation: stärkerer Modellierungsapparat, Grundlage probabilistischer Modelle

Nichtdeterminismus

- Erweiterung von Berechnungsmodellen
- Berechnungsvorschrift mit *Freiheiten* ausgestattet



z.B. im DEA Kontext

- Akzeptanzbegriff: es existiert eine Möglichkeit die Eingabe zu akzeptieren
- Motivation: stärkerer Modellierungsapparat, Grundlage probabilistischer Modelle
- Ob der Nichtdeterminismus das Modell mächtiger macht, hängt vom Modell ab

NEA mit ε-Übergängen

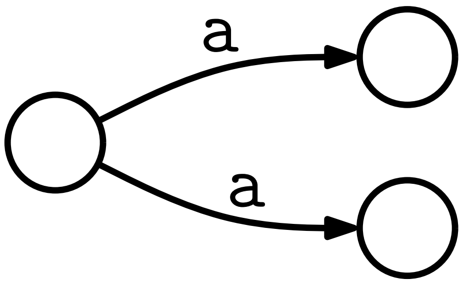
NEA mit ε-Übergängen

Aufwertung des DEA Modells mit 2 neuen Funktionen

NEA mit ε-Übergängen

Aufwertung des DEA Modells mit 2 neuen Funktionen

$\boxed{1.}$

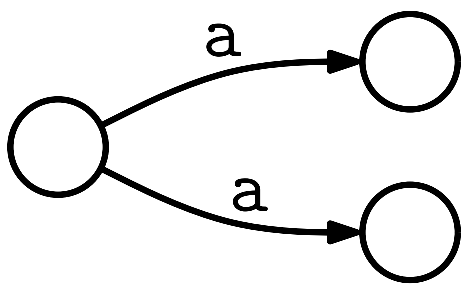


Nichtdeterminismus

NEA mit ε-Übergängen

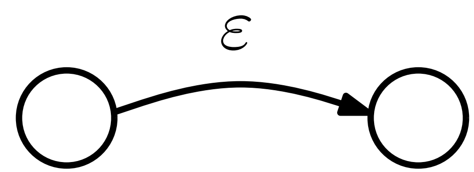
Aufwertung des DEA Modells mit 2 neuen Funktionen

$\boxed{1.}$



Nichtdeterminismus

$\boxed{2.}$

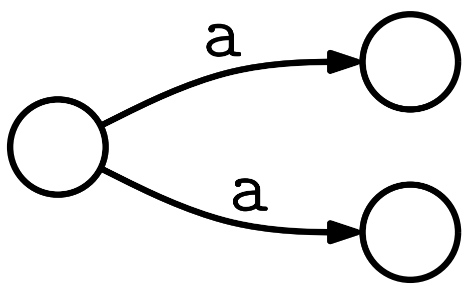


ε-Übergänge

NEA mit ε-Übergängen

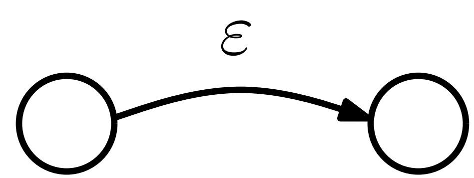
Aufwertung des DEA Modells mit 2 neuen Funktionen

$\boxed{1.}$



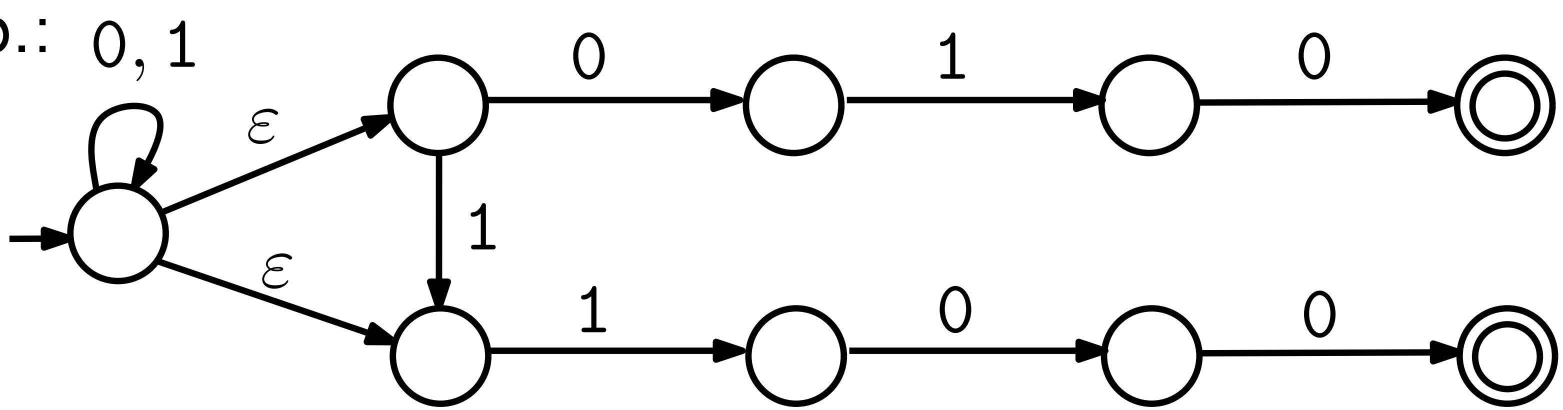
Nichtdeterminismus

$\boxed{2.}$



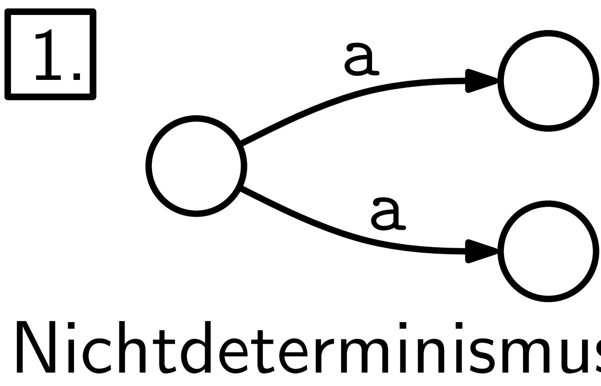
ε-Übergänge

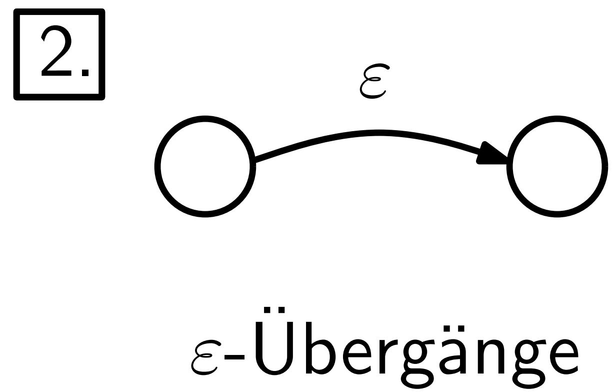
Im Bsp.:



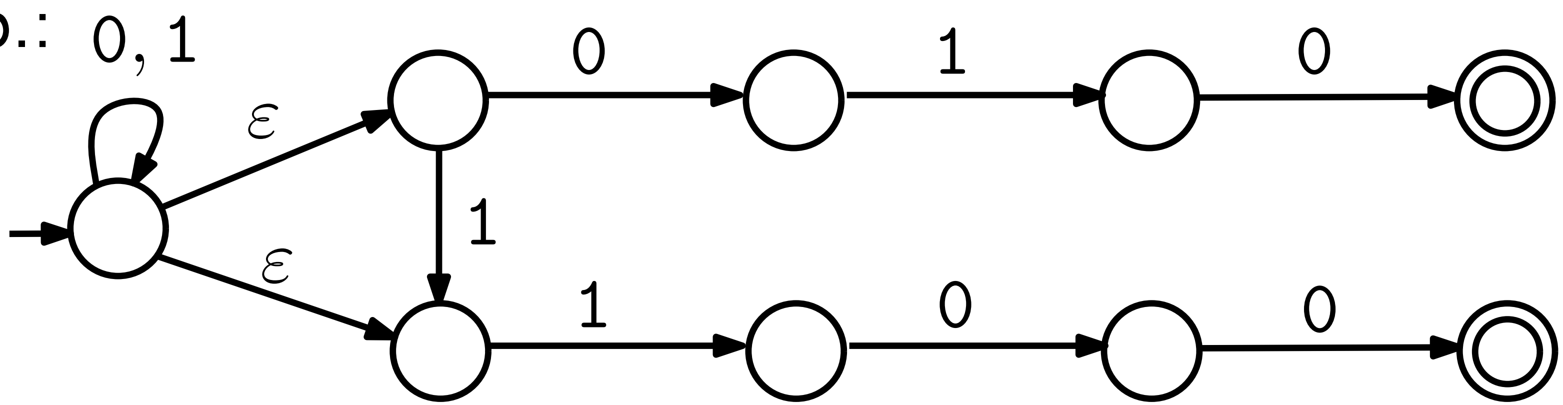
NEA mit ε-Übergängen

Aufwertung des DEA Modells mit 2 neuen Funktionen





Im Bsp.:



$$L = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ endet auf 010 oder 100}\}$$

Definition

Ein **Nichtdeterministischer Endlicher Automat (NEA)** ist ein 5-Tupel $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, mit:

- $|Q| < \infty$, $|\Sigma| < \infty$,
- $\delta\colon Q \times \Sigma_\varepsilon \to \mathcal{P}(Q)$ (möglicherweise partiell!),
- $q_0 \in Q$, $F \subseteq Q$.

Definition

Ein **Nichtdeterministischer Endlicher Automat (NEA)** ist ein 5-Tupel $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, mit:

- $|Q| < \infty$, $|\Sigma| < \infty$,
- $\delta\colon Q \times \Sigma_\varepsilon \to \mathcal{P}(Q)$ (möglicherweise partiell!),
- $q_0 \in Q$, $F \subseteq Q$.

Hierbei:
- $\Sigma_\varepsilon := \Sigma \cup \{\varepsilon\}$
- $\mathcal{P}(X) := \{A \subseteq X\}$ (Potenzmenge)

Definition

Ein **Nichtdeterministischer Endlicher Automat (NEA)** ist ein 5-Tupel $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, mit:

- $|Q| < \infty$, $|\Sigma| < \infty$,
- $\delta\colon Q \times \Sigma_\varepsilon \to \mathcal{P}(Q)$ (möglicherweise partiell!),
- $q_0 \in Q$, $F \subseteq Q$.

Hierbei:
- $\Sigma_\varepsilon := \Sigma \cup \{\varepsilon\}$
- $\mathcal{P}(X) := \{A \subseteq X\}$ (Potenzmenge)

w-**Lauf** eines NEAs N für ein Wort $w \in \Sigma^*$:

Definition

Ein **Nichtdeterministischer Endlicher Automat (NEA)** ist ein 5-Tupel $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, mit:

- $|Q| < \infty$, $|\Sigma| < \infty$,
- $\delta \colon Q \times \Sigma_\varepsilon \to \mathcal{P}(Q)$ (möglicherweise partiell!),
- $q_0 \in Q$, $F \subseteq Q$.

Hierbei:
- $\Sigma_\varepsilon := \Sigma \cup \{\varepsilon\}$
- $\mathcal{P}(X) := \{A \subseteq X\}$ (Potenzmenge)

w-**Lauf** eines NEAs N für ein Wort $w \in \Sigma^*$:

Folge von Zustandsübergängen $(q_{i_1}, x_1, q_{i_2}, x_2 \ldots, q_{i_m})$ mit

1. $q_0 = q_{i_1}$,
2. $w = x_1 x_2 x_3 \cdots x_{m-1}$, mit $x_i \in \Sigma_\varepsilon$,
3. $\delta(q_{i_k}, x_i) \ni q_{i_{k+1}}$ für alle $1 \leq k < m$.

Definition

Ein **Nichtdeterministischer Endlicher Automat (NEA)** ist ein 5-Tupel $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, mit:

- $|Q| < \infty$, $|\Sigma| < \infty$,
- $\delta \colon Q \times \Sigma_\varepsilon \to \mathcal{P}(Q)$ (möglicherweise partiell!),
- $q_0 \in Q$, $F \subseteq Q$.

Hierbei:
- $\Sigma_\varepsilon := \Sigma \cup \{\varepsilon\}$
- $\mathcal{P}(X) := \{A \subseteq X\}$ (Potenzmenge)

w-**Lauf** eines NEAs N für ein Wort $w \in \Sigma^*$:

Folge von Zustandsübergängen $(q_{i_1}, \underline{x_1}, q_{i_2}, \underline{x_2} \ldots, q_{i_m})$ mit

1. $q_0 = q_{i_1}$,
2. $w = x_1 x_2 x_3 \cdots x_{m-1}$, mit $x_i \in \Sigma_\varepsilon$,
3. $\delta(q_{i_k}, x_i) \ni q_{i_{k+1}}$ für alle $1 \leq k < m$.

Unterschied zu DEA Def.

Definition

Ein **Nichtdeterministischer Endlicher Automat (NEA)** ist ein 5-Tupel $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, mit:

- $|Q| < \infty$, $|\Sigma| < \infty$,
- $\delta \colon Q \times \Sigma_\varepsilon \to \mathcal{P}(Q)$ (möglicherweise partiell!),
- $q_0 \in Q$, $F \subseteq Q$.

Hierbei:
- $\Sigma_\varepsilon := \Sigma \cup \{\varepsilon\}$
- $\mathcal{P}(X) := \{A \subseteq X\}$ (Potenzmenge)

w-**Lauf** eines NEAs N für ein Wort $w \in \Sigma^*$:

Folge von Zustandsübergängen $(q_{i_1}, x_1, q_{i_2}, x_2 \ldots, q_{i_m})$ mit

Unterschied zu DEA Def.

1. $q_0 = q_{i_1}$,
2. $w = x_1 x_2 x_3 \cdots x_{m-1}$, mit $x_i \in \Sigma_\varepsilon$,
3. $\delta(q_{i_k}, x_i) \ni q_{i_{k+1}}$ für alle $1 \leq k < m$.

Ein Wort kann verschiedene Läufe haben !!

Akzeptanz eines Wortes (NEA)

Ein DEA N **akzeptiert ein Wort** $w \in \Sigma^*$ genau dann, wenn **ein** w-Lauf von N in einem akzeptierenden Zustand endet.

Akzeptanz eines Wortes (NEA)

Ein DEA N **akzeptiert ein Wort** $w \in \Sigma^*$ genau dann, wenn **ein** w-Lauf von N in einem akzeptierenden Zustand endet.

Erkennen einer Sprache (NEA)

Ein NEA N **erkennt (akzeptiert) die Sprache**

$$L(N) := \{w \in \Sigma^* \mid N \text{ akzeptiert } w\}.$$

Akzeptanz eines Wortes (NEA)

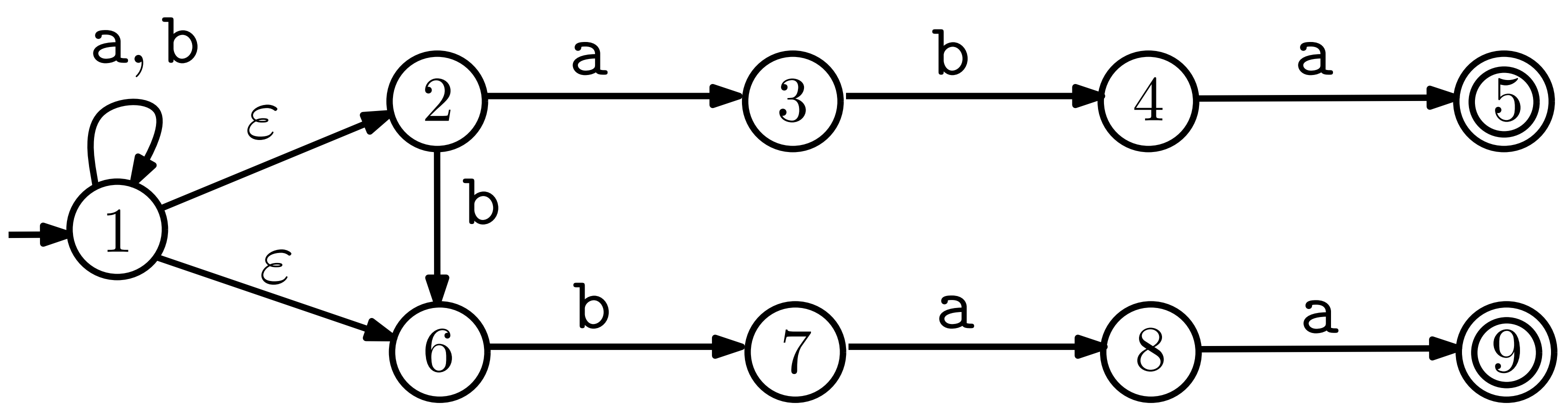
Ein DEA N **akzeptiert ein Wort** $w \in \Sigma^*$ genau dann, wenn **ein** w-Lauf von N in einem akzeptierenden Zustand endet.

Erkennen einer Sprache (NEA)

Ein NEA N **erkennt (akzeptiert) die Sprache**

$$L(N) := \{w \in \Sigma^* \mid N \text{ akzeptiert } w\}.$$

Wdh. Bsp.:



Akzeptanz eines Wortes (NEA)

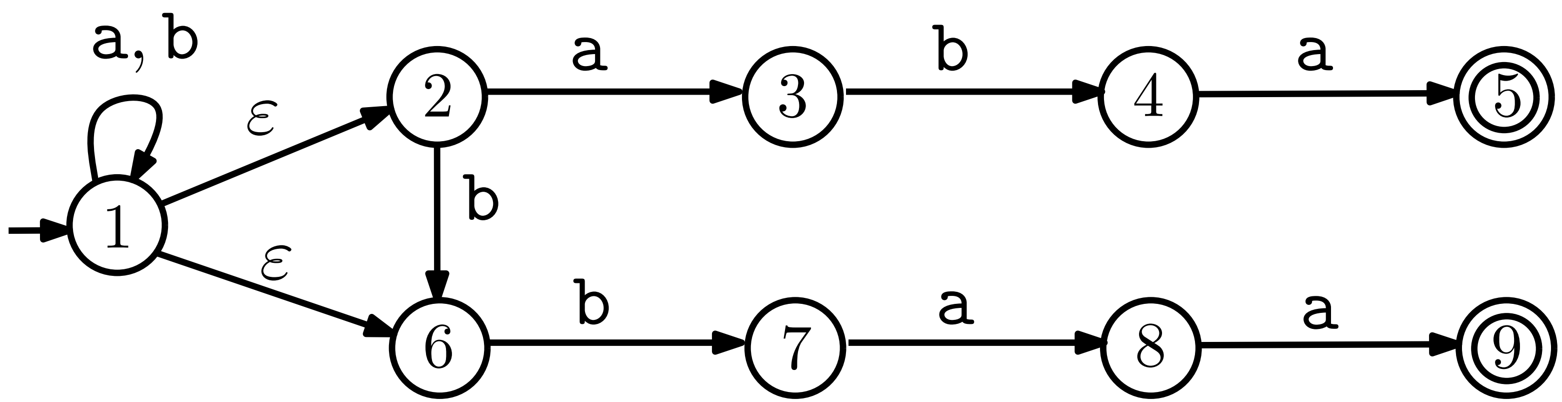
Ein DEA N **akzeptiert ein Wort** $w \in \Sigma^*$ genau dann, wenn **ein** w-Lauf von N in einem akzeptierenden Zustand endet.

Erkennen einer Sprache (NEA)

Ein NEA N **erkennt (akzeptiert) die Sprache**

$$L(N) := \{w \in \Sigma^* \mid N \text{ akzeptiert } w\}.$$

Wdh. Bsp.:



$w = \texttt{aaba} \in L$, da $(1, \texttt{a}, 1, \varepsilon, 2, \texttt{a}, 3, \texttt{b}, 4, \texttt{a}, 5)$ ein w-Lauf ist

Akzeptanz eines Wortes (NEA)

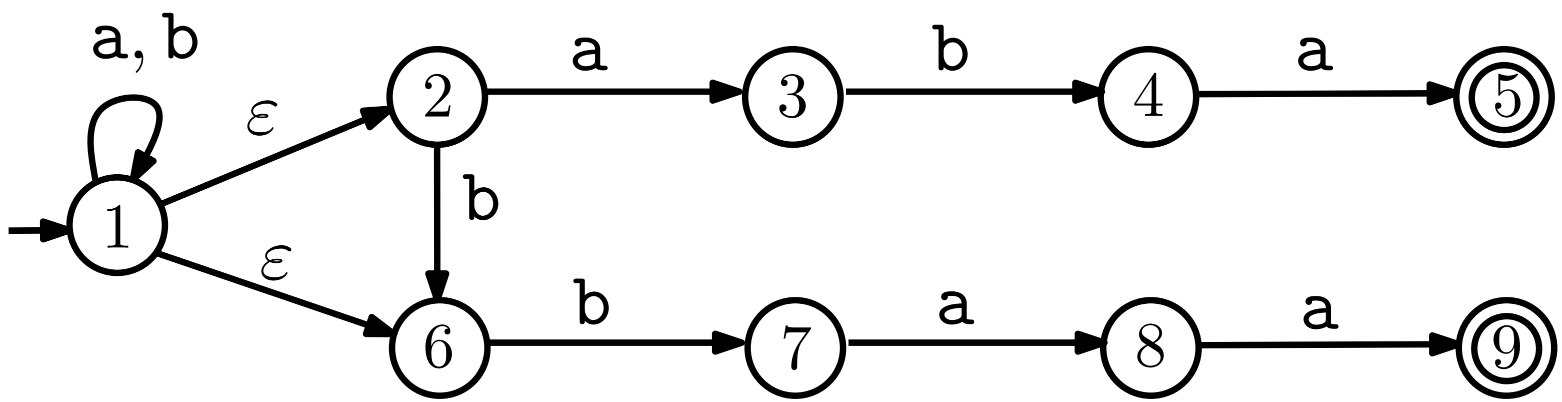
Ein DEA N **akzeptiert ein Wort** $w \in \Sigma^*$ genau dann, wenn **ein** w-Lauf von N in einem akzeptierenden Zustand endet.

Erkennen einer Sprache (NEA)

Ein NEA N **erkennt (akzeptiert) die Sprache**

$$L(N) := \{w \in \Sigma^* \mid N \text{ akzeptiert } w\}.$$

Wdh. Bsp.:



$w = \texttt{aaba} \in L$, da $(1, \texttt{a}, 1, \varepsilon, 2, \texttt{a}, 3, \texttt{b}, 4, \texttt{a}, 5)$ ein w-Lauf ist

$w = \texttt{aabb} \notin L$, da alle w-Läufe in Zustand $1, 2, 6$ oder 7 enden

Vorlesungsfolien und Übungszettel finden Sie auf

wwwmath.uni-muenster.de/u/franziska.jahnke/bt

Einteilung in die Übungsgruppen beginnt

heute, 15:30, über das Kursbuchungssystem

Tutoratszeiten: Di 14-16, Mi 8-10, 12-14, 14-16, 16-18

Abgabe erster Zettel: 29.10.15

Iterierter Übergang beim NEA

Iterierter Übergang beim NEA

ε-Abschluss

(wo komme ich hin ohne ein Zeichen zu lesen?)

$E(p \in Q) := \{q \in Q \mid q$ über ≥ 0 εKanten von p erreichbar$\}$

$E(P \subseteq Q) := \bigcup_{p \in P} E(p)$

Iterierter Übergang beim NEA

ε-Abschluss

(wo komme ich hin ohne ein Zeichen zu lesen?)

$E(p \in Q) := \{q \in Q \mid q$ über ≥ 0 εKanten von p erreichbar$\}$

$E(P \subseteq Q) := \bigcup_{p \in P} E(p)$

Definition

Für einen NEA $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ ist die **iterierte Übergangsfunktion** $\delta^k \colon Q \times \Sigma^k \to \mathcal{P}(Q)$ definiert durch:

1. $\delta^0(q, \varepsilon) = E(q)$ für alle $q \in Q$,
2. $\delta^i(q, wx) = E\left(\bigcup_{r \in \delta^{i-1}(q,w)} \delta(r, x)\right)$ für alle $q \in Q$, $w \in \Sigma^{i-1}$, $x \in \Sigma$.

Iterierter Übergang beim NEA

ε-Abschluss

(wo komme ich hin ohne ein Zeichen zu lesen?)

$E(p \in Q) := \{q \in Q \mid q$ über ≥ 0 εKanten von p erreichbar$\}$

$E(P \subseteq Q) := \bigcup_{p \in P} E(p)$

Definition

Für einen NEA $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ ist die **iterierte Übergangsfunktion** $\delta^k \colon Q \times \Sigma^k \to \mathcal{P}(Q)$ definiert durch:

1. $\delta^0(q, \varepsilon) = E(q)$ für alle $q \in Q$,
2. $\delta^i(q, wx) = E\left(\bigcup_{r \in \delta^{i-1}(q,w)} \delta(r, x)\right)$ für alle $q \in Q$, $w \in \Sigma^{i-1}$, $x \in \Sigma$.

Schreibweise: $\delta^*(q, w)$ für $\delta^{|w|}(q, w)$

Iterierter Übergang beim NEA

ε-Abschluss

(wo komme ich hin ohne ein Zeichen zu lesen?)

E r$\}$

E

$$L(N) = \{w \in \Sigma^* \mid \delta^*(q_0, w) \cap F \neq \emptyset\}$$

Definition

Für einen NEA $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ ist die **iterierte Übergangsfunktion** $\delta^k \colon Q \times \Sigma^k \to \mathcal{P}(Q)$ definiert durch:

1. $\delta^0(q, \varepsilon) = E(q)$ für alle $q \in Q$,
2. $\delta^i(q, wx) = E\left(\bigcup_{r \in \delta^{i-1}(q,w)} \delta(r, x)\right)$ für alle $q \in Q$, $w \in \Sigma^{i-1}$, $x \in \Sigma$.

Schreibweise: $\delta^*(q, w)$ für $\delta^{|w|}(q, w)$

Satz 2

$$\{L \mid L \text{ wird durch NEA erkannt}\} = \mathsf{REG}$$

Satz 2

$$\{L \mid L \text{ wird durch NEA erkannt}\} = \mathsf{REG}$$

Hinweis Jeder DEA kann als NEA verstanden werden der weder Nichtdeterminismus noch ε-Übergänge nutzt.

Satz 2

$$\{L \mid L \text{ wird durch NEA erkannt}\} = \text{REG}$$

Hinweis Jeder DEA kann als NEA verstanden werden der weder Nichtdeterminismus noch ε-Übergänge nutzt.

Frage Kann ich einen NEA durch einen DEA simulieren?

Berechnung $\delta^*(q_0, w)$ von Hand

Satz 2

$$\{L \mid L \text{ wird durch NEA erkannt}\} = \text{REG}$$

Hinweis Jeder DEA kann als NEA verstanden werden der weder Nichtdeterminismus noch ε-Übergänge nutzt.

Frage Kann ich einen NEA durch einen DEA simulieren?

Berechnung $\delta^*(q_0, w)$ von Hand
(In welchen Zuständen könnte ich aktuell sein?)

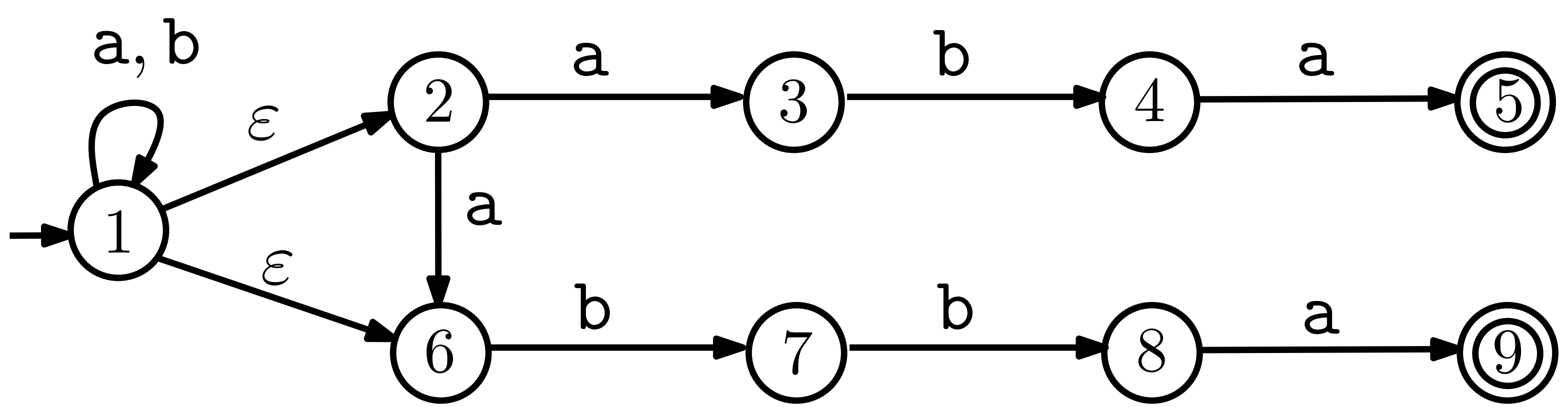
Satz 2

$$\{L \mid L \text{ wird durch NEA erkannt}\} = \text{REG}$$

Hinweis Jeder DEA kann als NEA verstanden werden der weder Nichtdeterminismus noch ε-Übergänge nutzt.

Frage Kann ich einen NEA durch einen DEA simulieren?

Berechnung $\delta^*(q_0, w)$ von Hand
(In welchen Zuständen könnte ich aktuell sein?)



$w =$ aba

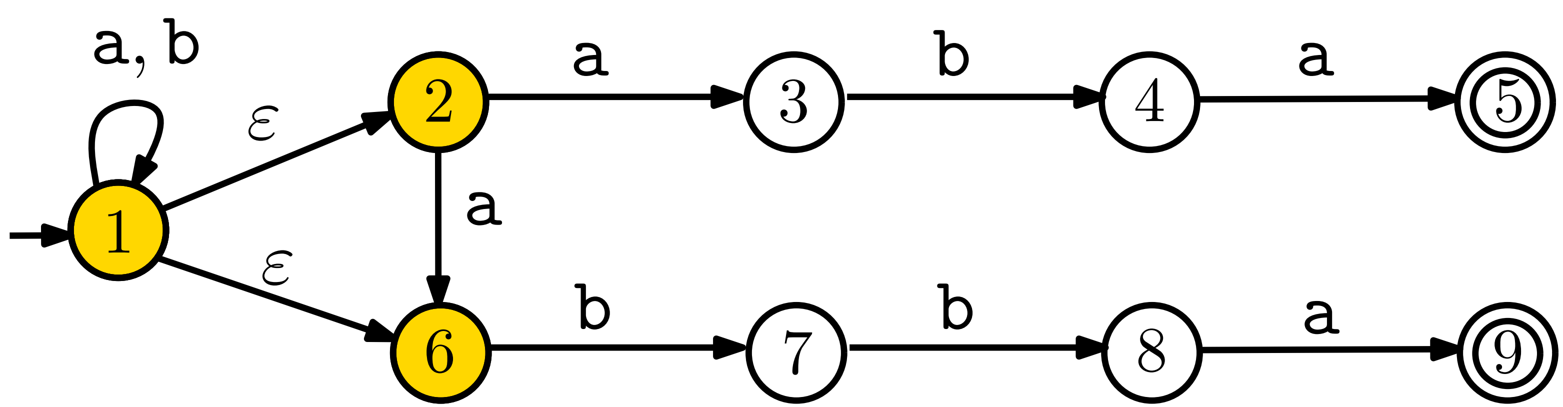
Satz 2

$$\{L \mid L \text{ wird durch NEA erkannt}\} = \mathrm{REG}$$

Hinweis Jeder DEA kann als NEA verstanden werden der weder Nichtdeterminismus noch ε-Übergänge nutzt.

Frage Kann ich einen NEA durch einen DEA simulieren?

Berechnung $\delta^*(q_0, w)$ von Hand
(In welchen Zuständen könnte ich aktuell sein?)



$w =$ aba

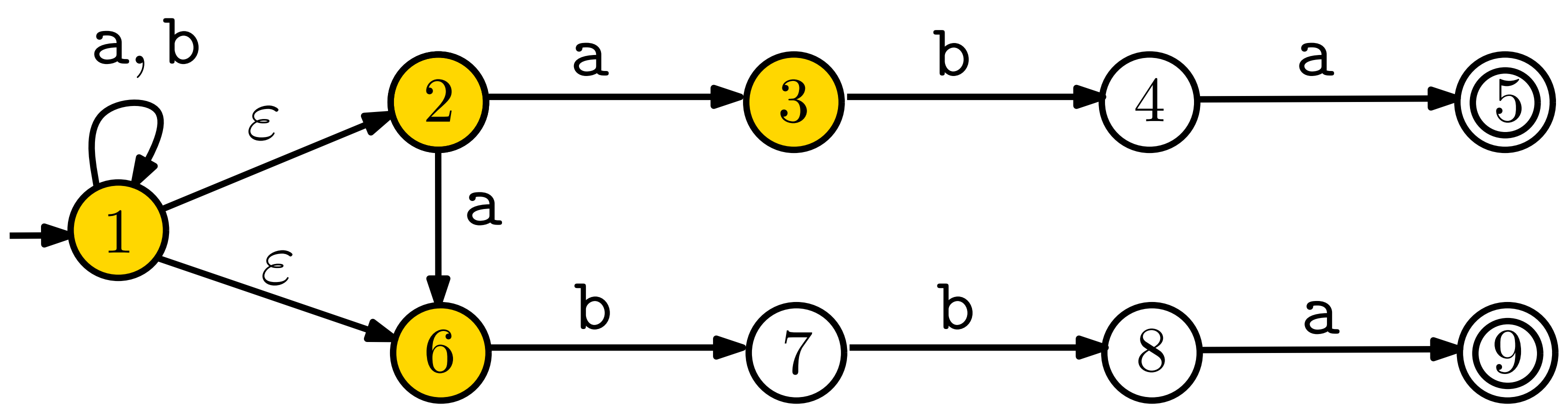
Satz 2

$$\{L \mid L \text{ wird durch NEA erkannt}\} = \text{REG}$$

Hinweis Jeder DEA kann als NEA verstanden werden der weder Nichtdeterminismus noch ε-Übergänge nutzt.

Frage Kann ich einen NEA durch einen DEA simulieren?

Berechnung $\delta^*(q_0, w)$ von Hand
(In welchen Zuständen könnte ich aktuell sein?)



$w =$ aba

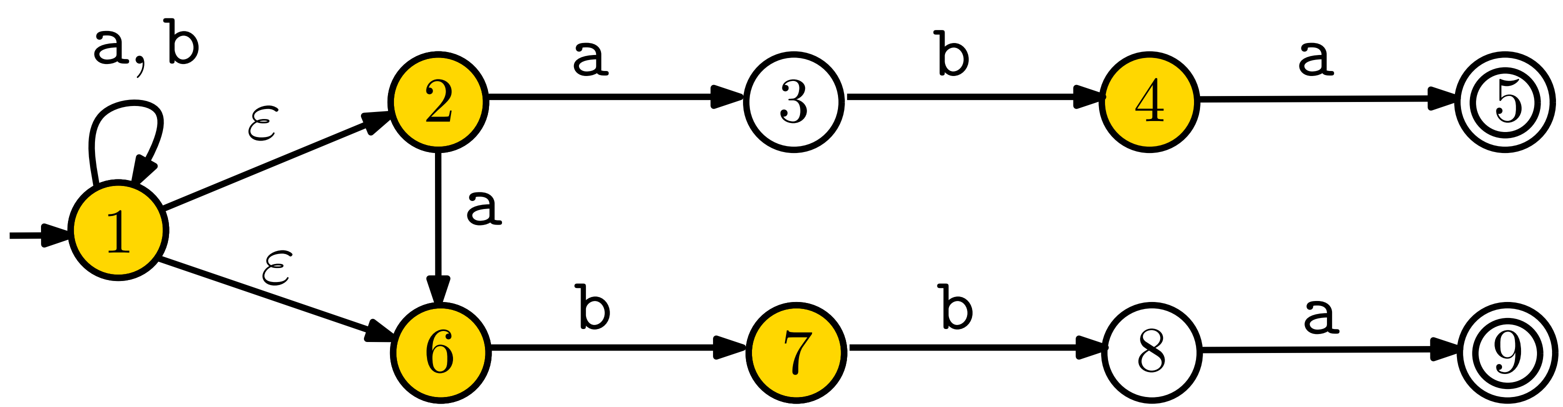
Satz 2

$$\{L \mid L \text{ wird durch NEA erkannt}\} = \mathrm{REG}$$

Hinweis Jeder DEA kann als NEA verstanden werden der weder Nichtdeterminismus noch ε-Übergänge nutzt.

Frage Kann ich einen NEA durch einen DEA simulieren?

Berechnung $\delta^*(q_0, w)$ von Hand
(In welchen Zuständen könnte ich aktuell sein?)



$w =$ aba

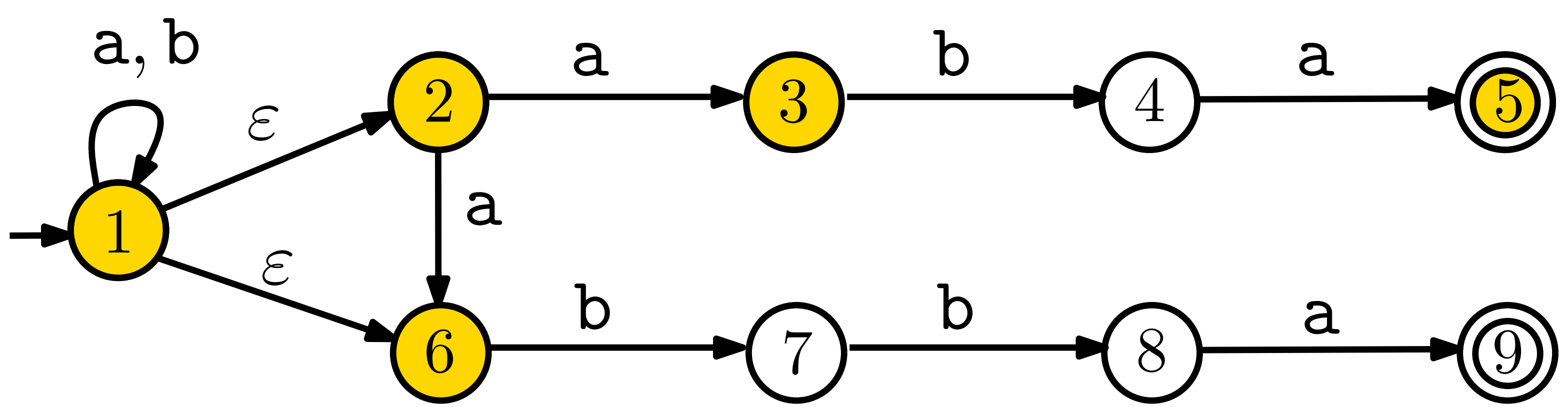
Satz 2

$$\{L \mid L \text{ wird durch NEA erkannt}\} = \text{REG}$$

Hinweis Jeder DEA kann als NEA verstanden werden der weder Nichtdeterminismus noch ε-Übergänge nutzt.

Frage Kann ich einen NEA durch einen DEA simulieren?

Berechnung $\delta^*(q_0, w)$ von Hand
(In welchen Zuständen könnte ich aktuell sein?)



$w =$ aba

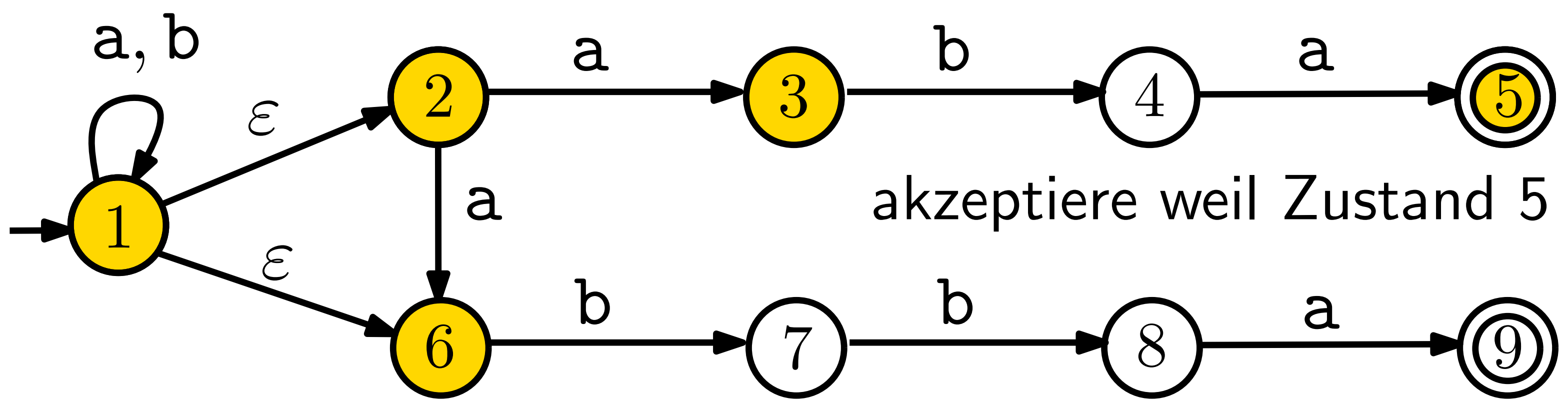
Satz 2

$$\{L \mid L \text{ wird durch NEA erkannt}\} = \text{REG}$$

Hinweis Jeder DEA kann als NEA verstanden werden der weder Nichtdeterminismus noch ε-Übergänge nutzt.

Frage Kann ich einen NEA durch einen DEA simulieren?

Berechnung $\delta^*(q_0, w)$ von Hand
(In welchen Zuständen könnte ich aktuell sein?)



akzeptiere weil Zustand 5 markiert

$w =$ aba

Idee DEA Zustandsraum = Teilmengen von Zuständen

Simulation NEA durch DEA

Simulation NEA durch DEA

Potenzautomat

Für einen NEA $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ ist sein **Potenzautomat** $\text{Pot}(N) = (\widetilde{Q}, \Sigma, \widetilde{\delta}, \widetilde{q}_0, \widetilde{F})$ ein DEA mit

- Zustandsmenge $\widetilde{Q} = \mathcal{P}(Q)$,
- Übergangsfunktion $\widetilde{\delta}$, mit $\widetilde{\delta}(P, x) = E(\bigcup_{p \in P} \delta(p, x))$,
- Startzustand $\widetilde{q}_0 = E(q_0)$,
- akzeptierenden Zuständen $\widetilde{F} = \{P \in \widetilde{Q} \mid P \cap F \neq \emptyset\}$.

Simulation NEA durch DEA

Potenzautomat

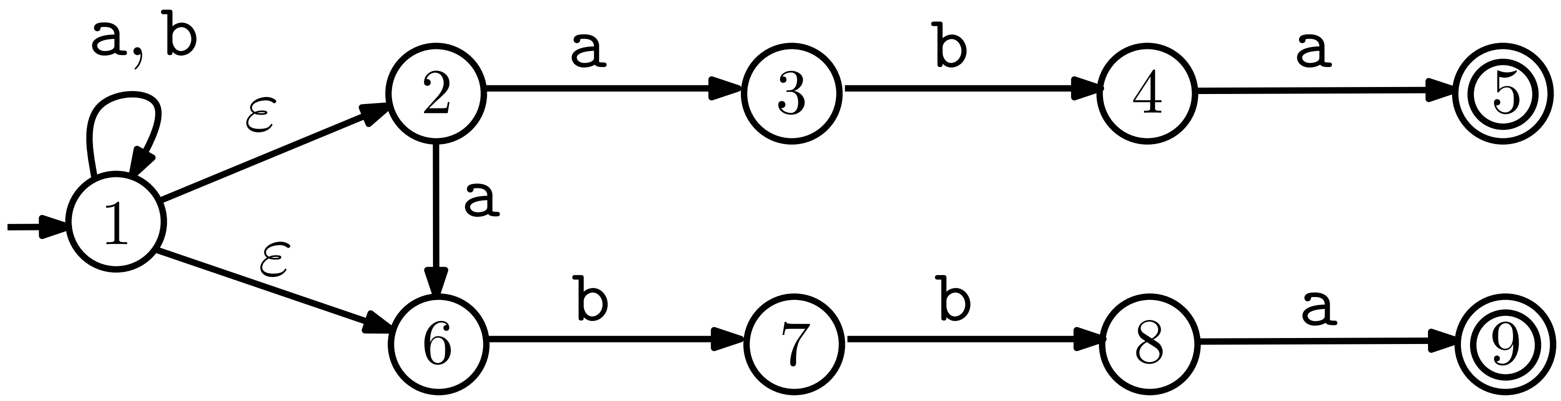
Für einen NEA $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ ist sein **Potenzautomat** $\mathsf{Pot}(N) = (\widetilde{Q}, \Sigma, \widetilde{\delta}, \widetilde{q}_0, \widetilde{F})$ ein DEA mit

- Zustandsmenge $\widetilde{Q} = \mathcal{P}(Q)$,
- Übergangsfunktion $\widetilde{\delta}$, mit $\widetilde{\delta}(P, x) = E(\bigcup_{p \in P} \delta(p, x))$,
- Startzustand $\widetilde{q}_0 = E(q_0)$,
- akzeptierenden Zuständen $\widetilde{F} = \{P \in \widetilde{Q} \mid P \cap F \neq \emptyset\}$.

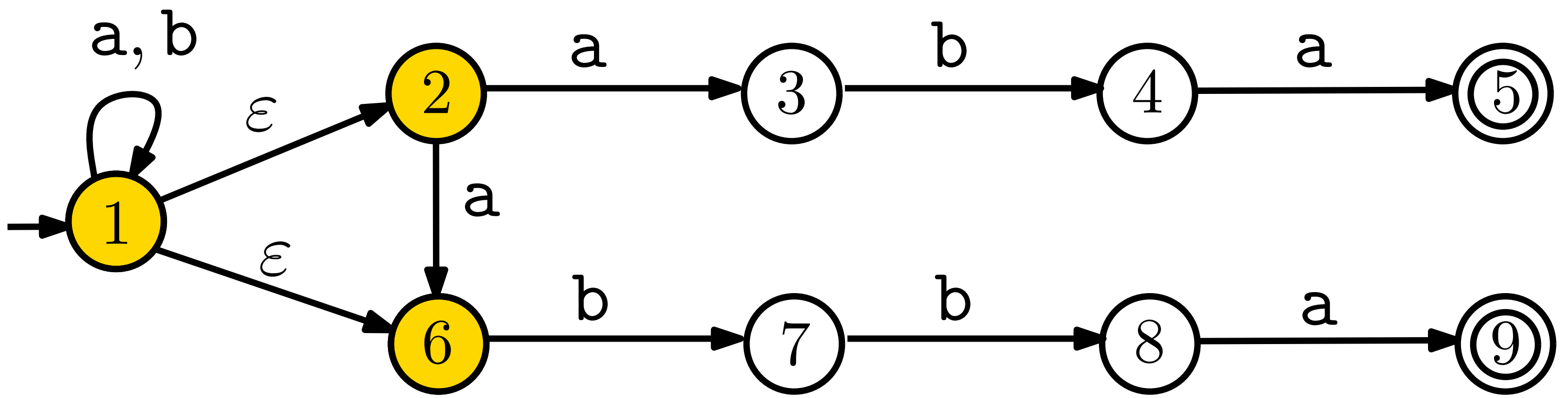
Behauptung

$$L(N) = L(\mathsf{Pot}(N))$$

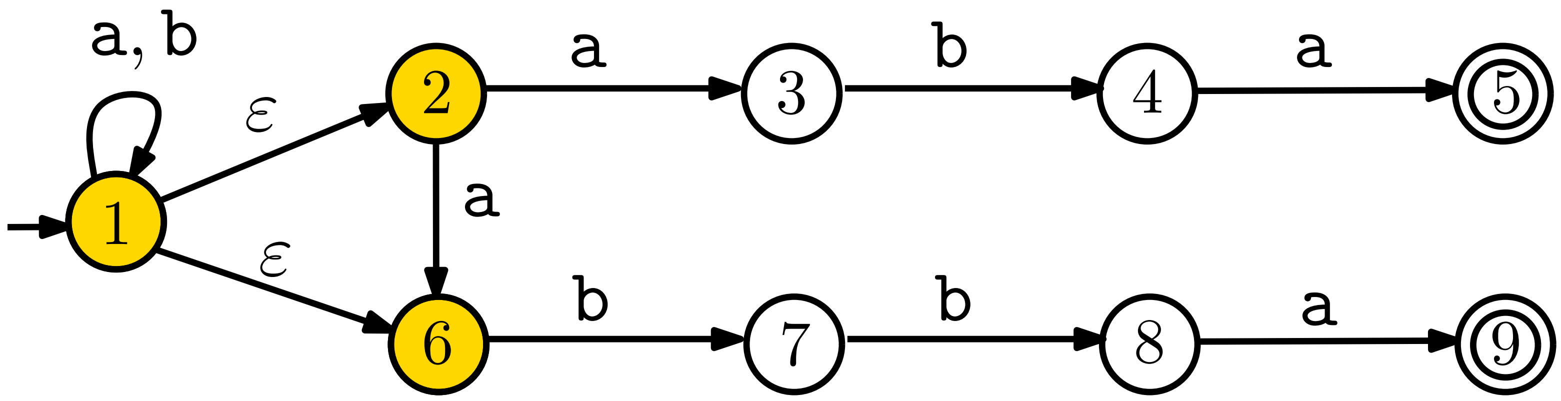
Beispiel Potenzautomat

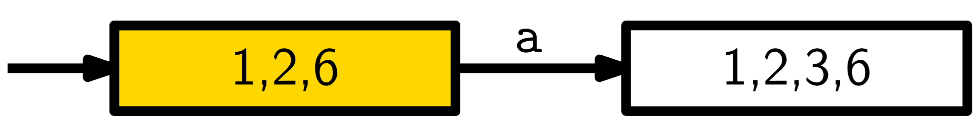


Beispiel Potenzautomat

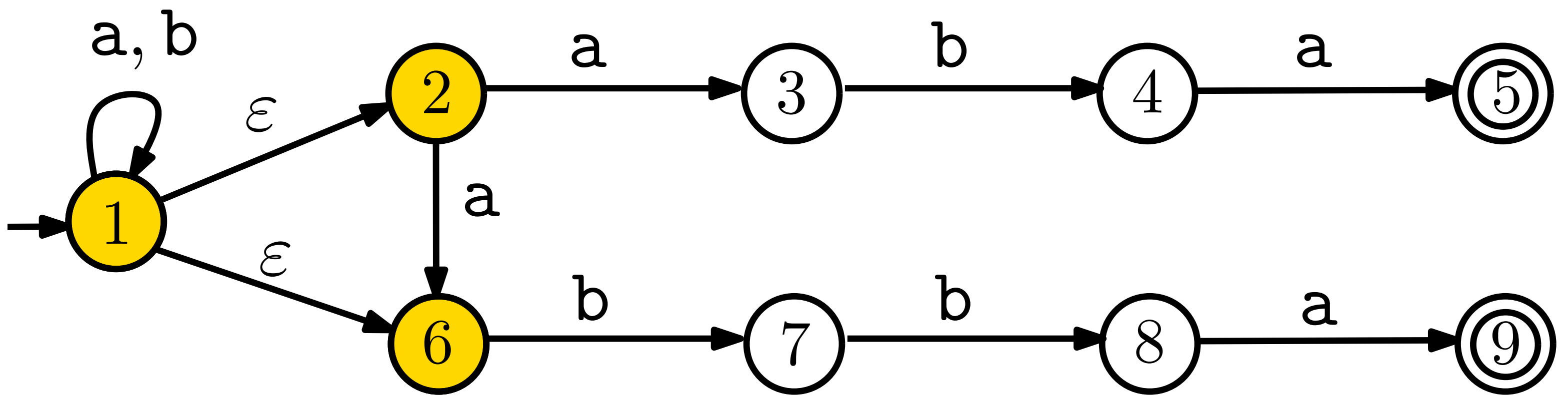


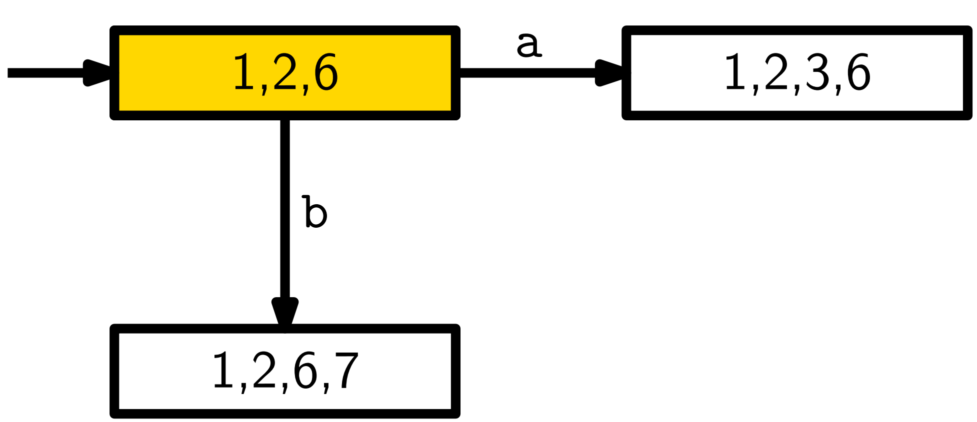
Beispiel Potenzautomat



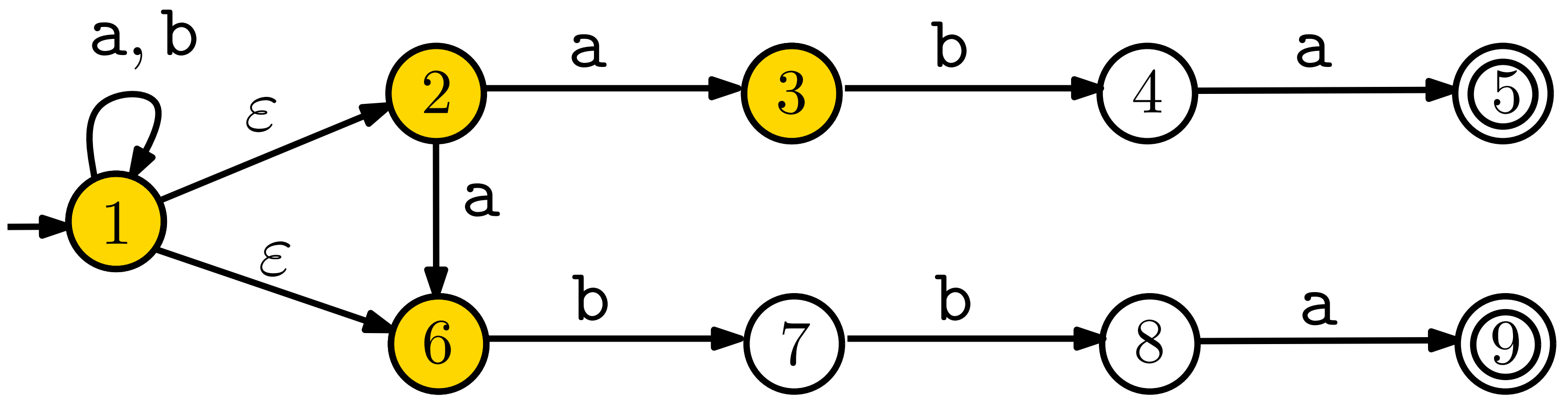


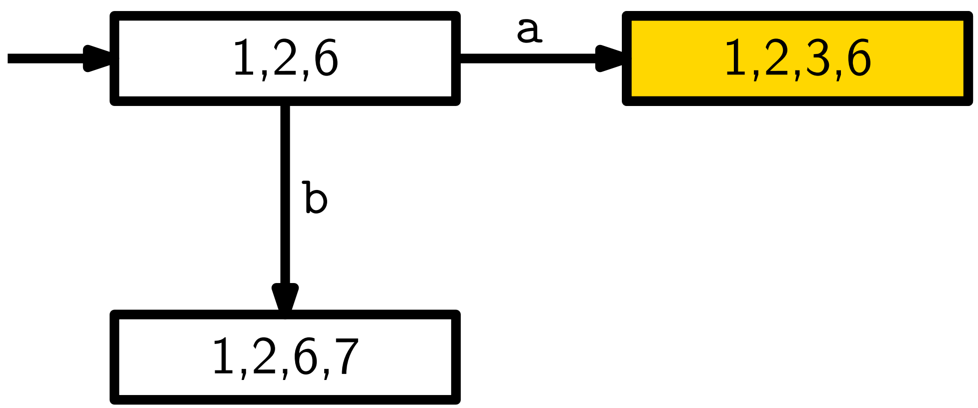
Beispiel Potenzautomat



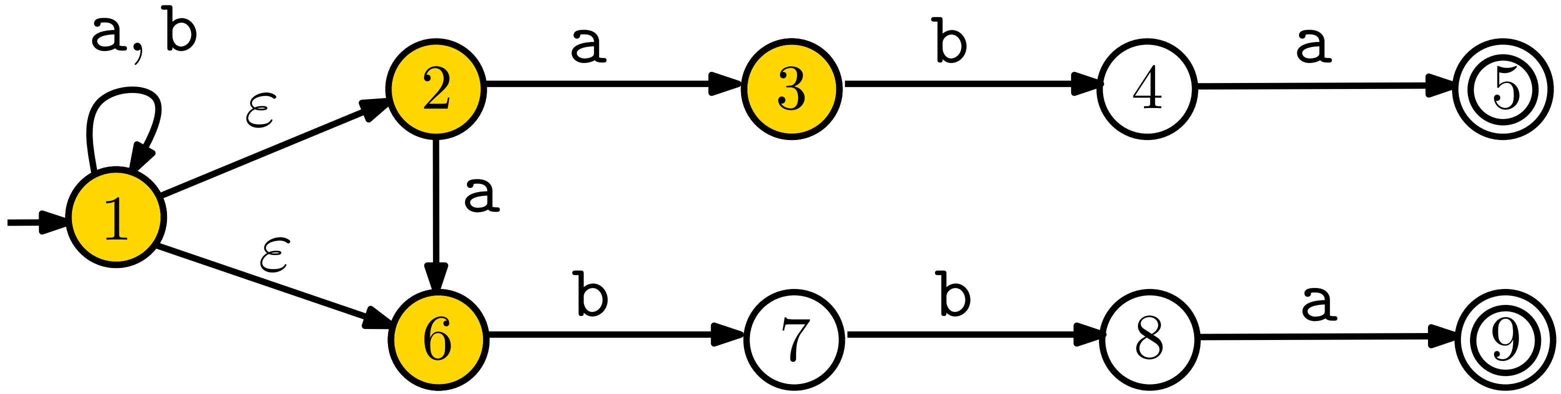


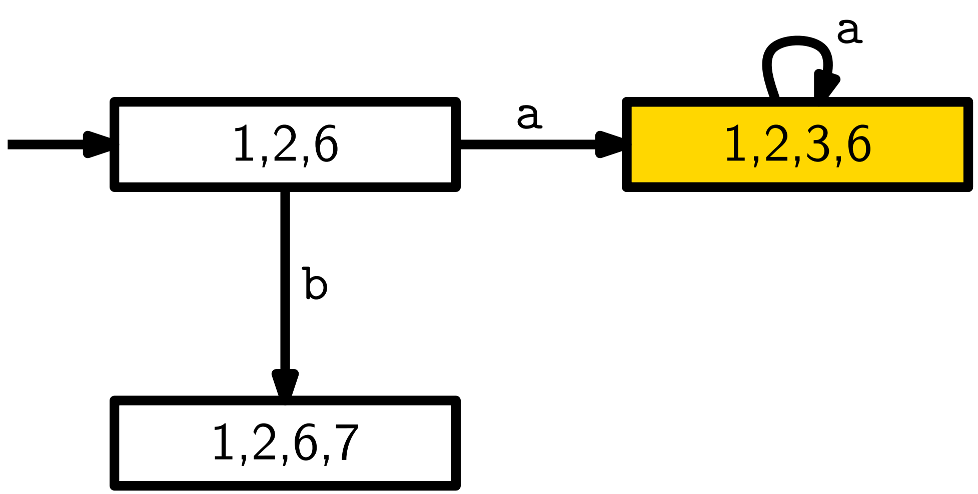
Beispiel Potenzautomat



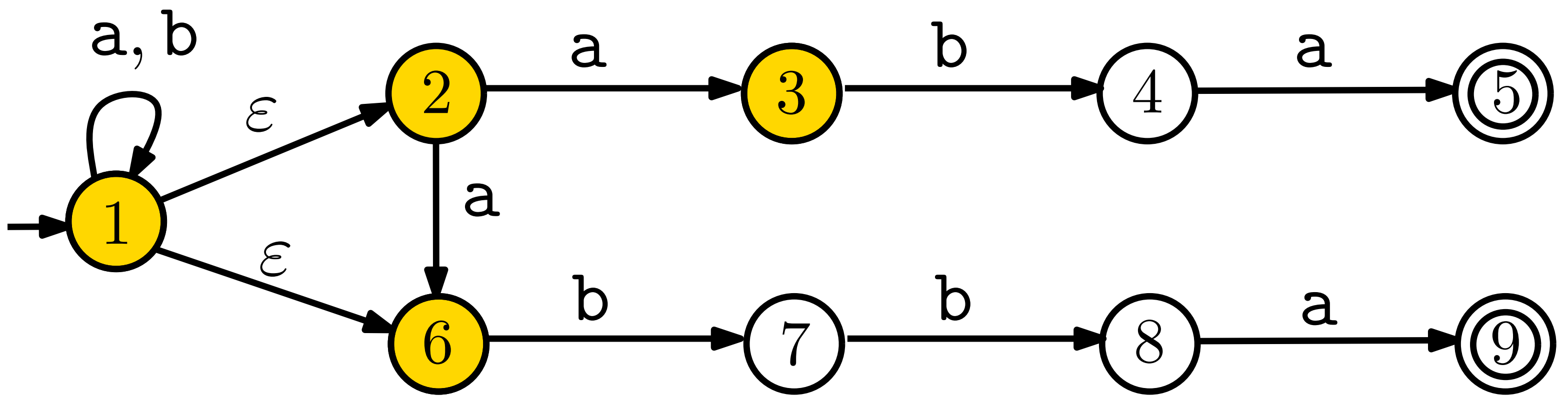


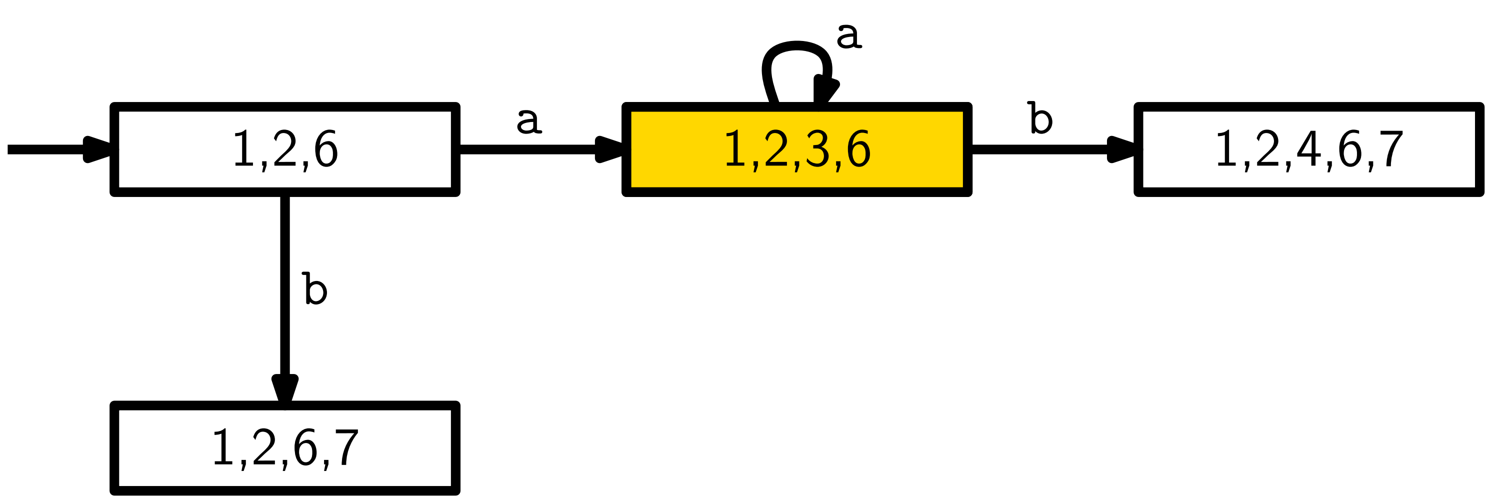
Beispiel Potenzautomat



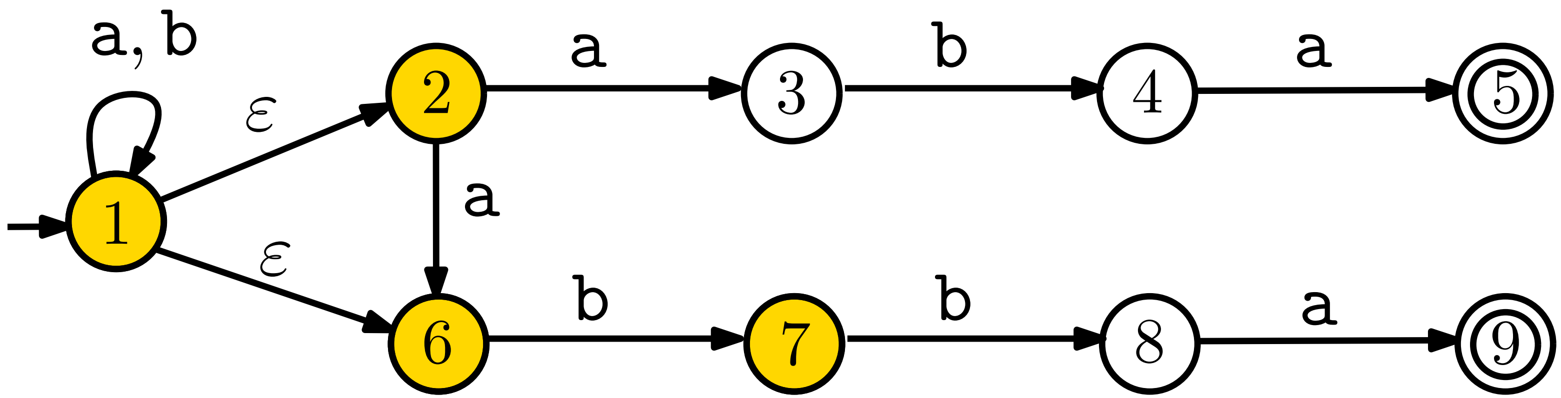


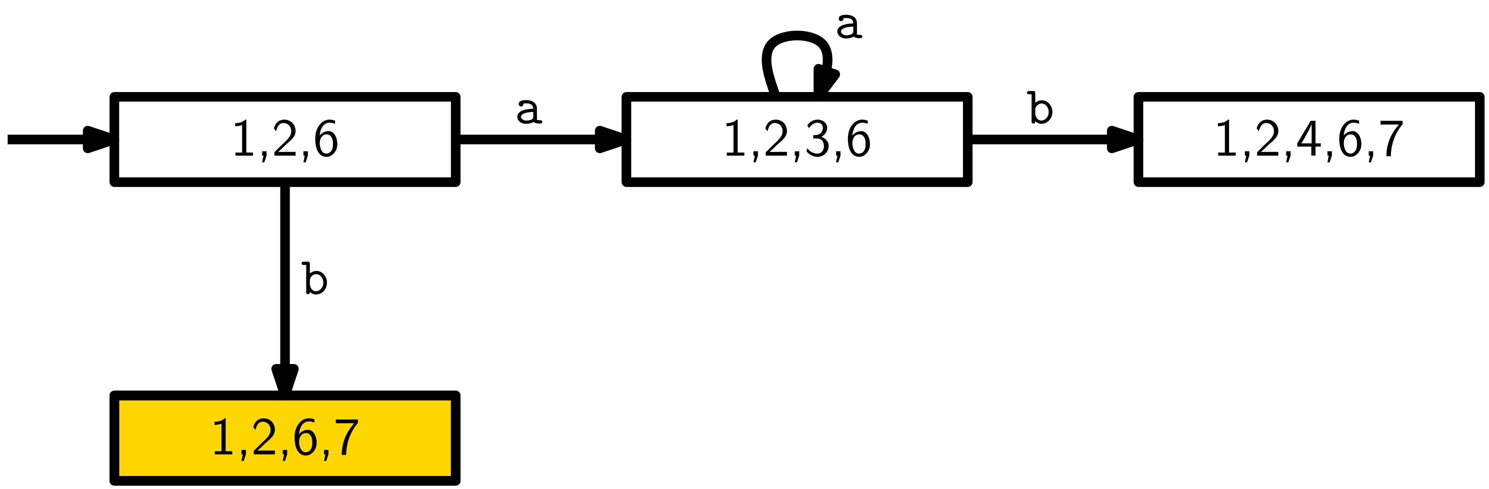
Beispiel Potenzautomat



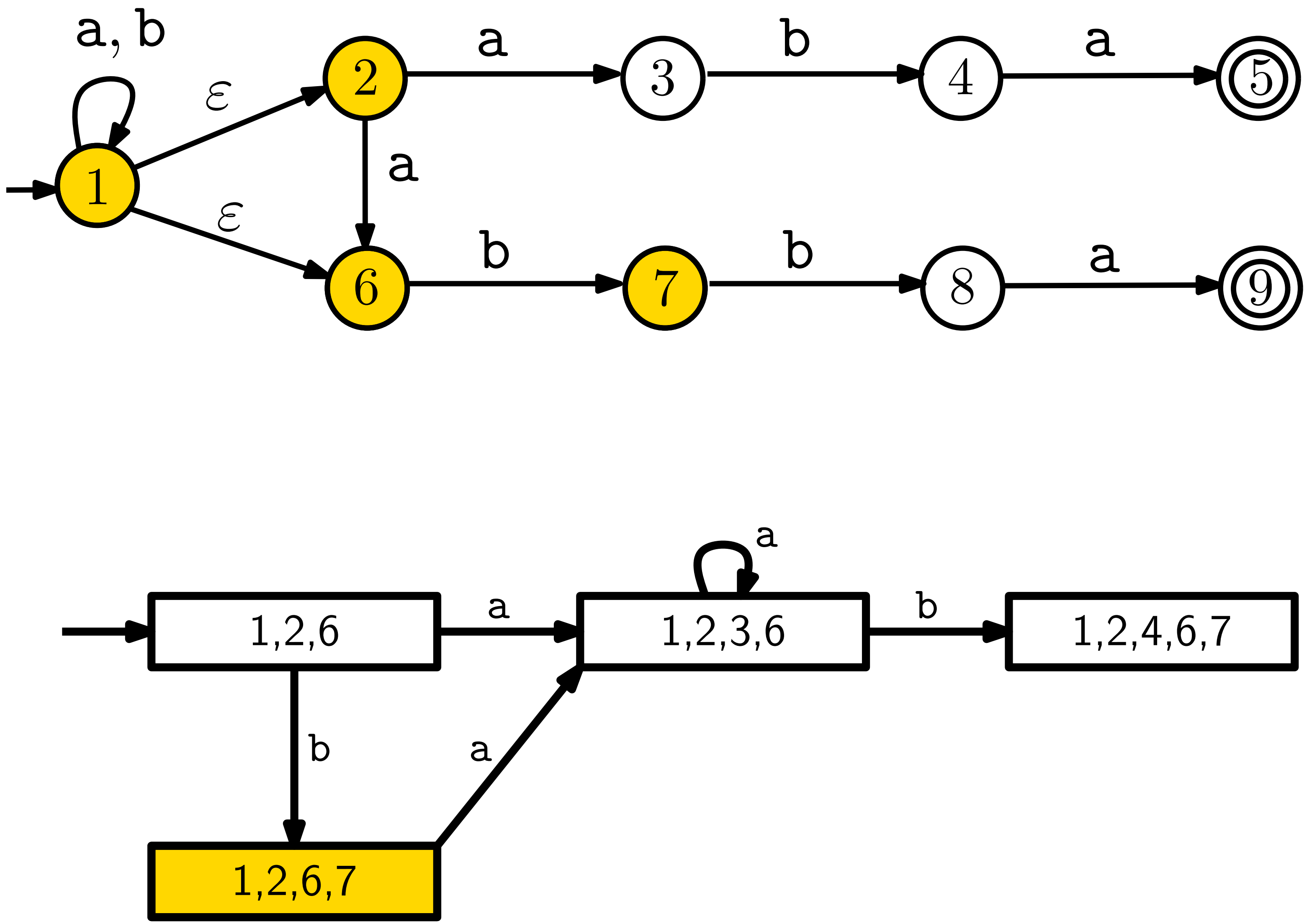


Beispiel Potenzautomat

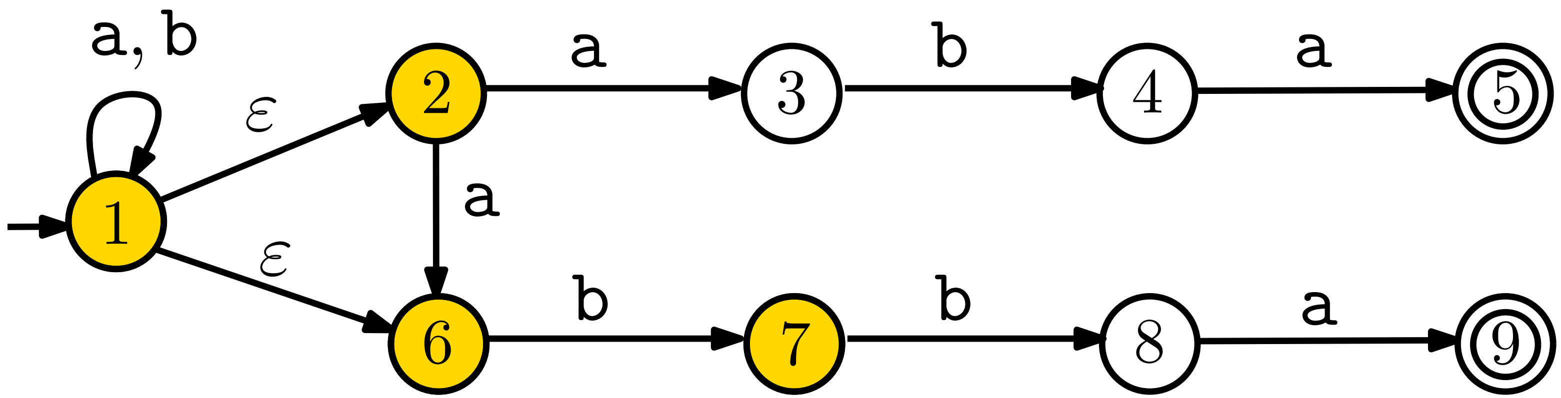


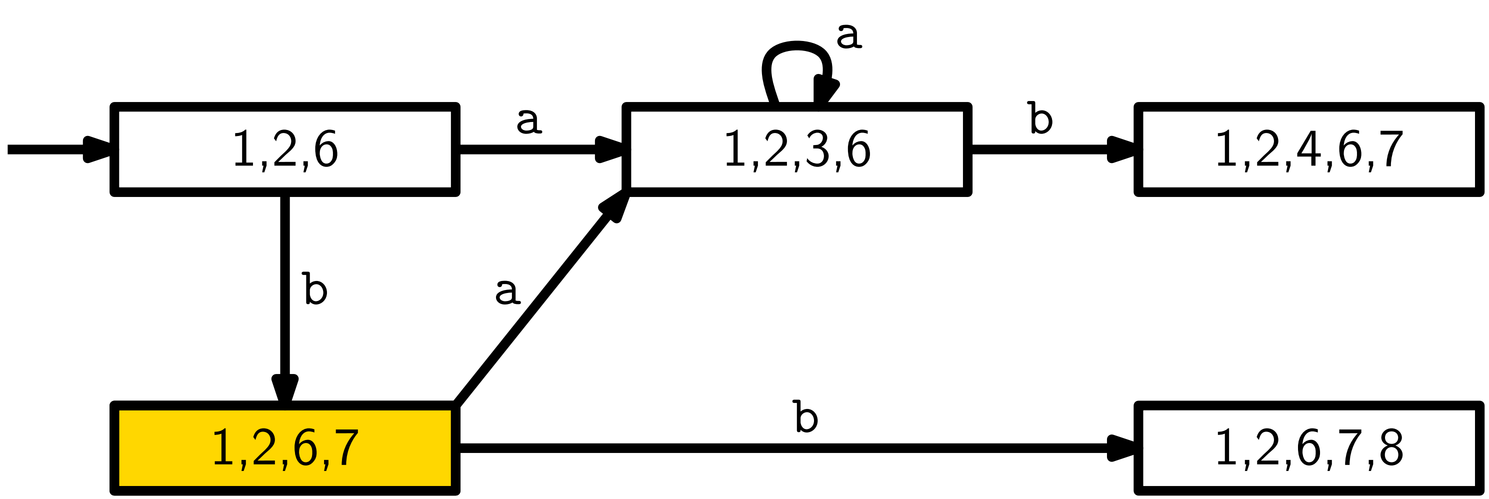


Beispiel Potenzautomat

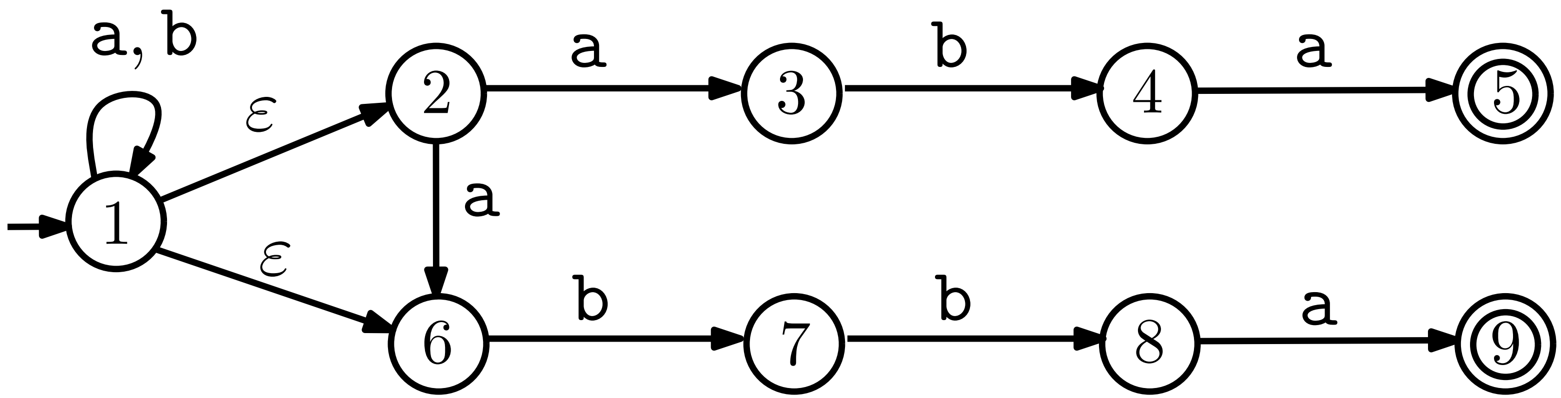


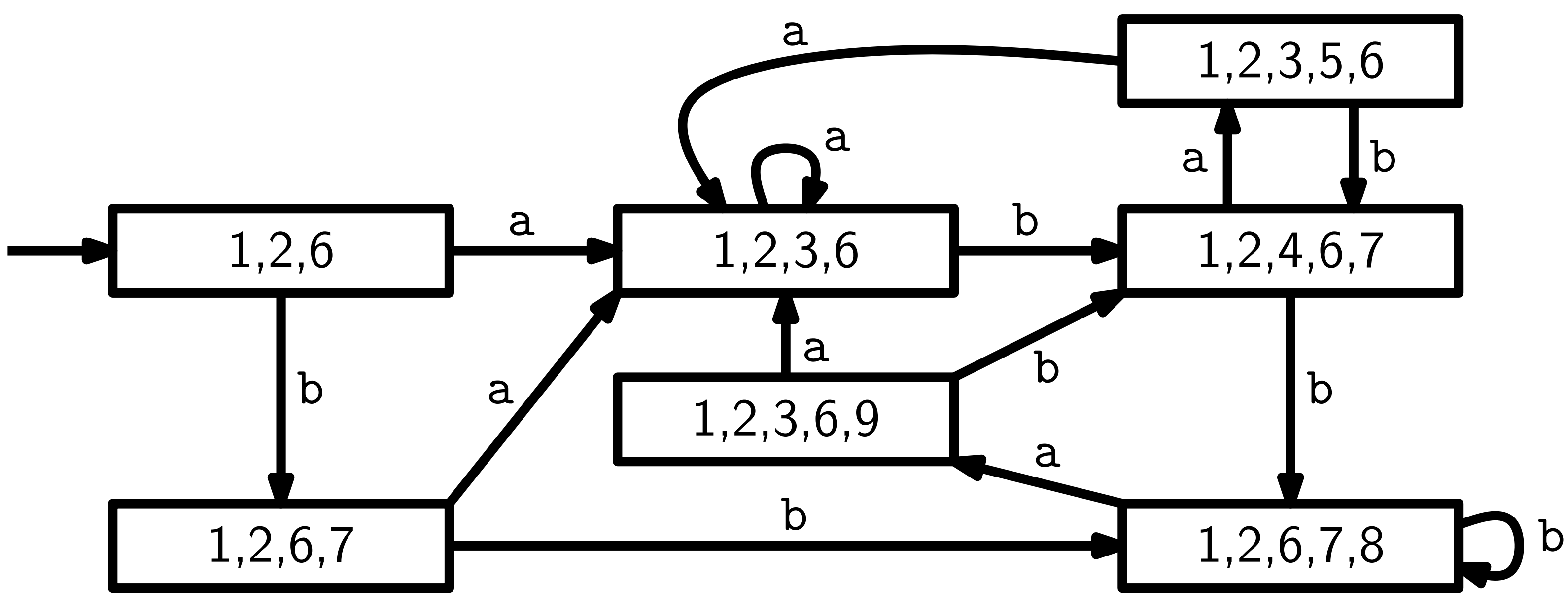
Beispiel Potenzautomat



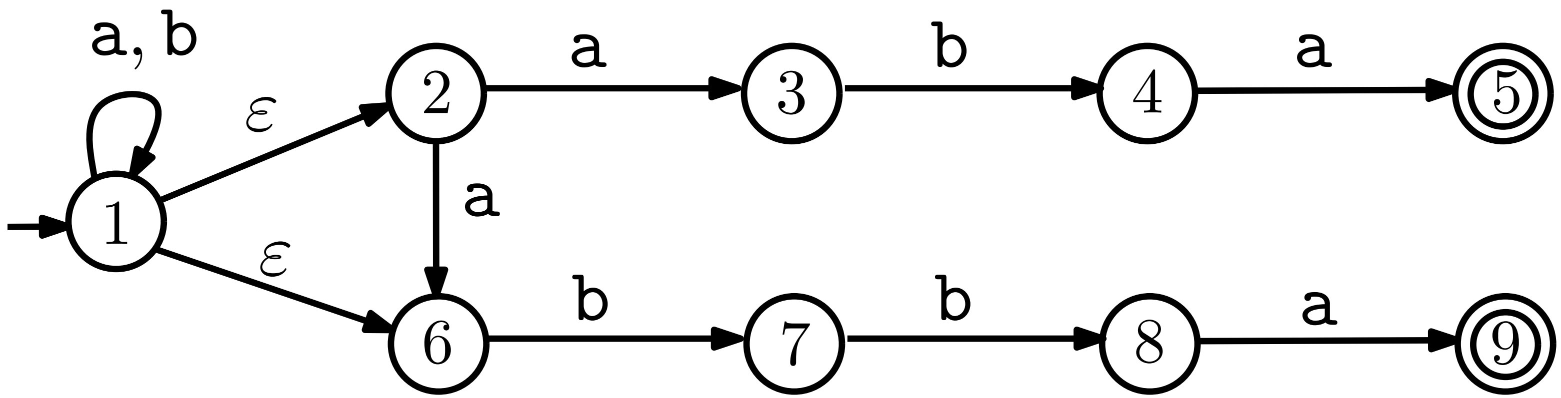


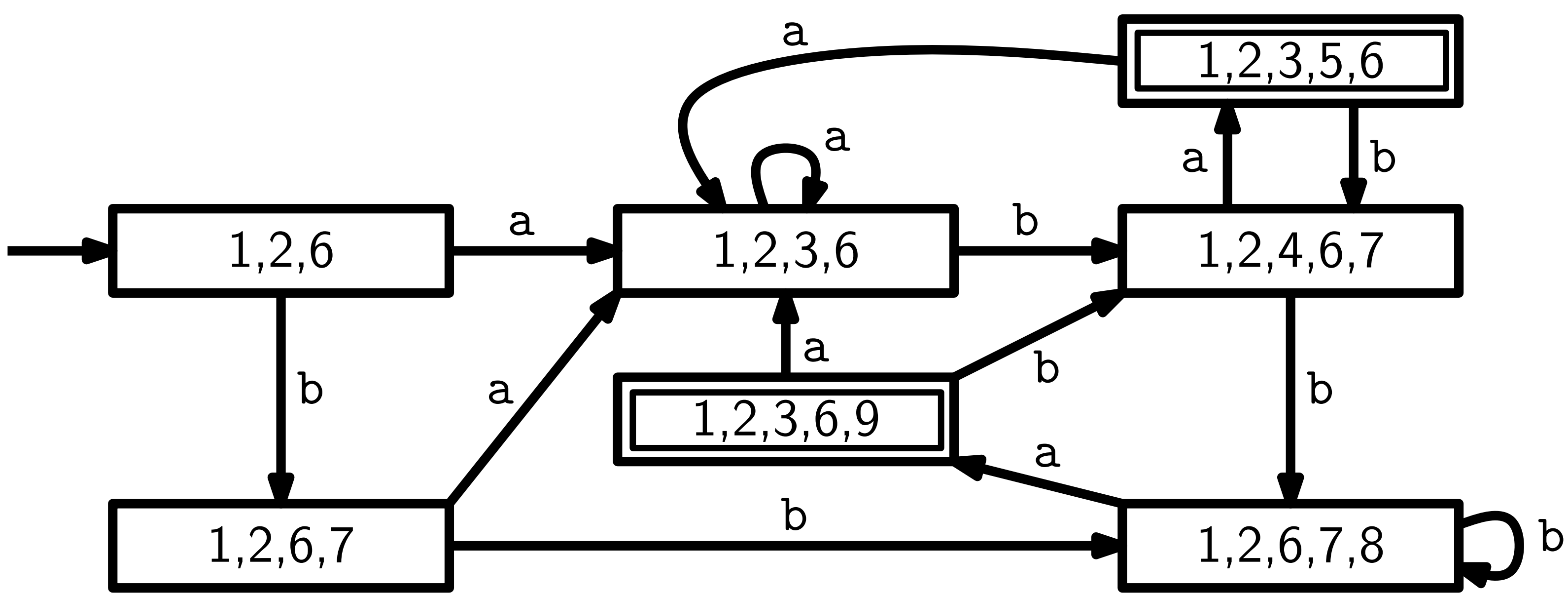
Beispiel Potenzautomat





Beispiel Potenzautomat





Vorlesungsfolien und Übungszettel finden Sie auf

wwwmath.uni-muenster.de/u/franziska.jahnke/bt

Einteilung in die Übungsgruppen beginnt

heute, 15:30, über das Kursbuchungssystem

Tutoratszeiten: Di 14-16, Mi 8-10, 12-14, 14-16, 16-18

Abgabe erster Zettel: 29.10.15