
**Probeklausur zum ersten Teil der Vorlesung *Berechenbarkeitstheorie*
WS 2015/16
30. November 2015**

Dr. Franziska Jahnke, Dr. Daniel Palacín

Bearbeitungszeit: 80 Minuten

Name

Matrikel-Nr.

Studiengang

1. So oder so ähnlich wird die Klausur aussehen.
2. Ihre Lösungen werden nicht bewertet, diese Klausur ist nur zum Üben da!
3. Die Lösungen werden Ihnen am 3.12.16 in der Vorlesung vorgestellt.
4. Die 'echte' Klausur am Semesterende wird eine Bearbeitungszeit von **120** Minuten haben. Dabei werden 70 Punkte in 8 Aufgaben gesammelt werden können. Diese Probeklausur entspricht im Umfang den ersten 2/3 der Klausur.

Nicht vergessen, auf allen Blättern die Matrikelnummer einzutragen, auf diesem Deckblatt auch den Namen sowie Ihren Studiengang!

Aufgabe	1	2	3	4	5	Σ
maximale Punktzahl	8	8	10	10	10	46
erreichte Punktzahl						

Beachten Sie die Hinweise auf der Rückseite!

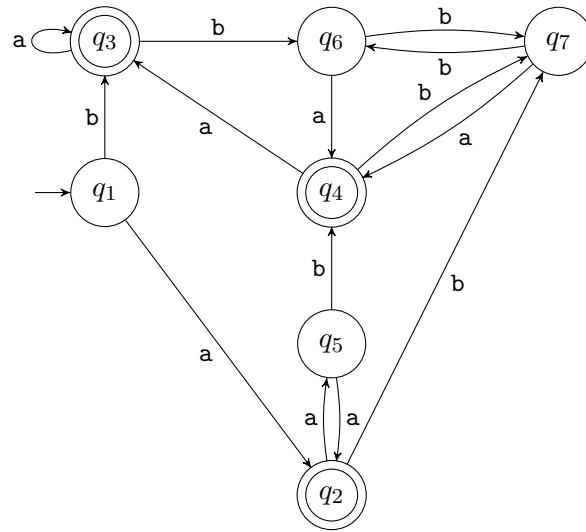
Je nach Aufgabenstellung müssen Sie Ihre Überlegungen mehr oder weniger detailliert darlegen. Die folgende Übersicht beschreibt, welcher Grad an Detailgenauigkeit von Ihnen erwartet wird.

- **Skizzieren der Vorgehensweise:** Hier steht das Ergebnis der Aufgabe im Vordergrund. Bei einem richtigen Ergebnis kann man die volle Punktzahl erreichen. Wir empfehlen jedoch, Anmerkungen zum Lösungsweg zu machen, so dass bei Rechen- und Folgefehlern trotzdem noch Punkte erzielt werden können.
- **Ausführen eines Algorithmus:** Führen Sie den Algorithmus aus. Das heißt, sie protokollieren die Datenstrukturen, welche während der Ausführung des Algorithmus angelegt bzw. verändert werden. Gegebenenfalls erläutern Sie, wie Verzweigungen/Schleifen bei der Abarbeitung durchlaufen werden. Dokumentieren Sie das Ergebnis des Algorithmus.
- **Kurz begründen:** Führen Sie in 2–5 Sätzen aus, warum ein Sachverhalt gilt, bzw. belegen Sie durch ein Gegenbeispiel, warum dies nicht so ist. Üblicherweise müssen hier 2–3 bekannte Fakten zu einer neuen Aussage kombiniert werden.
- **Beweisen:** Vollständiger Beweis gefordert. Alle TM-Programme können in Modulschreibweise angegeben werden.

Was darf ich voraussetzen?

Alle Aussagen, die in der Vorlesung bzw. als Übungsaufgabe bewiesen wurden, dürfen ohne Beweis benutzt werden. Wenn in der Vorlesung gezeigt wurde, dass eine Sprache in einer (oder nicht in einer) bestimmten Klasse liegt, dürfen Sie das auch verwenden. Bei Anwendung eines Satzes muss man zeigen, dass dessen Voraussetzungen erfüllt sind. Einzige Ausnahme von dieser Regel bilden Klausuraufgaben, die bereits als Übungsaufgaben gestellt wurden. In diesem Fall müssen Sie die Aufgabe noch einmal lösen.

Aufgabe 1: Bezeichne A den folgenden DEA über dem Alphabet $\{a, b\}$:



- (a) Bestimmen Sie die äquivalenten Zustände mit Hilfe des Table-Filling-Algorithmus.
- (b) Minimieren Sie A .

Skizzieren Sie jeweils ihre Vorgehensweise. (8)

Aufgabe 2: Betrachten Sie die folgende Grammatik G (mit Start-Symbol S):

$$\begin{aligned}
 S &\rightarrow TR \\
 T &\rightarrow LM \\
 L &\rightarrow LL \mid \mathbf{l} \mid \mathbf{m} \\
 M &\rightarrow \mathbf{m} \\
 R &\rightarrow RR \mid \mathbf{r} \mid \mathbf{m}
 \end{aligned}$$

Bestimmen Sie mit Hilfe des CYK-Algorithmus, welche der folgenden Wörter in der durch G gegebenen Sprache liegen:

- (a) \mathbf{llmr}
- (b) $\mathbf{lm1rm}$

(8)

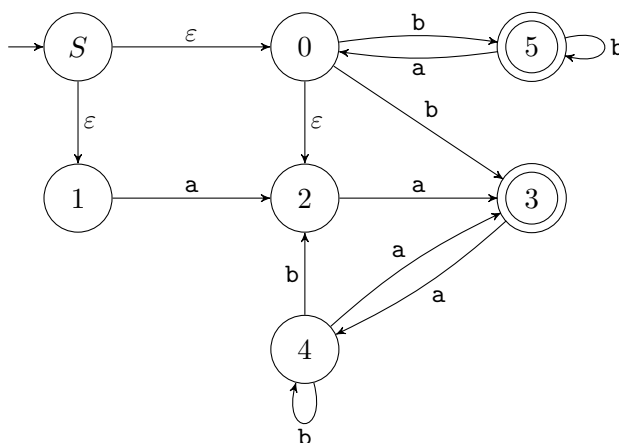
Aufgabe 3:

- (a) Betrachten Sie folgende Sprache über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$:

$$L := \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ enthält gerade Anzahl von } 1\text{en}\} \cap \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ enthält das Teilwort } 010\}$$

Geben Sie einen DEA an, der die Sprache L erkennt. Skizzieren Sie ihre Vorgehensweise.

- (b) Bezeichne A den folgenden NEA über dem Alphabet $\{a, b\}$:



Bestimmen Sie die Sprache, die von A erkannt wird. Skizzieren Sie ihre Vorgehensweise. (10)

Aufgabe 4: Betrachten Sie die folgende Sprache:

$$L := \{a^l b^m c^n \mid 0 < l < m < n\}$$

- (a) Zeigen Sie mithilfe des kontextfreien Pumpinglemmas, dass L nicht kontextfrei ist.
 (b) Welche der folgenden Wörter liegen in den gleichen Äquivalenzklassen der Myhill-Nerode Relation zu L ? Gruppieren Sie die Wörter entsprechend (ohne Begründung).

a^9	ba	ab^2c^3	a^3bc^4
$a^{10}b$	a^2b^3c	$a^4b^6c^4$	$a^5b^{25}c^{125}$

(10)

Aufgabe 5: Seien L_1, L_2 zwei Sprachen über dem Alphabet Σ . Überprüfen Sie die folgenden Aussagen auf ihre Richtigkeit. Begründen Sie kurz Ihre Antwort.

- (a) Sind L_1 und L_2 regulär, dann ist auch

$$L = \{w \in \Sigma^* \mid w \in \Sigma^* \setminus L_1 \text{ oder } w \in L_1 \cap L_2\}$$

regulär.

- (b) Wenn $|L_1| = 2^n$ für eine natürliche Zahl n gilt, dann ist L_1 kontextfrei.
- (c) Sei L_1 eine Sprache, deren Myhill Nerode-Relation unendlich viele Klassen hat. Dann ist L_1 kontextfrei.
- (d) Wenn $L_1 \cap L_2$ kontextfrei ist, dann sind auch L_1 und L_2 kontextfrei. (10)