

Seminar über Galois-Kohomologie

- Vortrag 1:* [GC] I § 1.1–1.2, [N] IV §§ 1–2 (am 5. April)
Definition proendlicher Gruppen, Topologie des projektiven Limes; Beispiel der absoluten Galoisgruppen eines Körpers, Krull-Topologie; topologische Charakterisierung einer proendlichen Gruppe; Untergruppen
- Vortrag 2:* [GC] I § 1.3–1.5 (am 12. April)
Indizes; Pro- p -Gruppen; Sylow- p -Untergruppen; freie proendliche Gruppe
- Vortrag 3:* [GC] I § 2.1–2.4, [W] § 6, [CNF] II (am 19. April)
Diskrete G -Moduln; Definition der Kohomologie einer proendlichen Gruppe als Kohomologie eines Kettenkomplexes; Vergleich mit Gruppenkohomologie als derivierter Funktor; Charakterisierung von H^0, H^1, H^2 ; Funktorialität
- Vortrag 4:* [GC] I § 2.5–2.6, [W] § 5, [CNF] I, II (am 26. April)
Kohomologie induzierter Moduln; Cup-Produkt; Hochschild–Serre-Spektralsequenz; exakte Sequenz in niedrigen Dimensionen
- Vortrag 5:* [GC] I § 3.1–3.3, [CNF] III § 3 (am 3. Mai)
 p -kohomologische Dimension; strikte kohomologische Dimension; koh. Dim. von Untergruppen und Erweiterungen
- Vortrag 6:* [GC] I § 3.4–3.5, [CNF] III § 5 (am 10. Mai)
Charakterisierung von proendlichen Gruppen mit p -koh. Dim. ≤ 1 ; dualisierende Moduln
- Vortrag 7:* [GC] I § 4.1–4.3, [CNF] III § 9 (am 17. Mai)
Kohomologie von pro- p -Gruppen, einfache Moduln; H^1 und H^2 als Lieferanten von Erzeugern und Relationen
- Vortrag 8:* [GC] I § 4.4–4.5, [CNF] III § 7 (am 24. Mai)
Theorem von Shafarevich über die Anzahl von Relationen, Anwendung auf die Galoistheorie und Existenz von Zahlkörpern, deren Klassenzahl durch p teilbar ist; Hintergrund: Klassenkörpertheorie; Poincaré-Gruppen, Dualitätssatz; die Beweise sollten in diesem Vortrag nur skizziert werden
- Vortrag 9:* [GC] II § 1, [LF] X, [CNF] VI § 2, 3 (am 31. Mai)
Galois-Kohomologie, Hilbert 90, Brauergruppe

Vortrag 10: [GC] § 2 (am 14. Juni)
Kriterien für kohomologische Dimension; Fälle $p = \text{char } k$ und $p \neq \text{char } k$

Vortrag 11: [GC] § 3, [CNF] VI § 5, [LF] X (am 21. Juni)
Charakterisierung von Körpern der Dimension ≤ 1 , Eigenschaft C_1 ; Beispiele:
endliche Körper

Vortrag 12: [GC] § 4, [CNF] § 5 (am 28. Juni)
Kohomologie von algebraischen und transzendenten Erweiterungen; Beispiel:
lokale Körper

Vortrag 13: [GC] § 5, [CNF] VII § 1, 2 (am 5. Juli)
Kohomologie lokaler Körper; Tate-Dualität für p -adische lokale Körper

Vortrag 14: [CNF] VI § 4 (am 12. Juli)
Milnor K -Theorie und Galois-Kohomologie; Galois-Symbol; Milnor- und Bloch-
Kato-Vermutung

Literatur

- [N] J. Neukirch: Algebraic Number Theory. Springer Verlag 1999
- [CNF] J. Neukirch, A. Schmidt, K. Wingberg: Cohomology of Number Fields.
Springer Verlag 2000
- [LF] J.P. Serre: Local Fields. Springer Verlag 1979
- [GC] J.P. Serre: Galois Cohomology. Springer Verlag 1997
- [W] C. Weibel: An introduction to homological algebra. Cambridge Univer-
sity Press 1994