

Kreisteilungskörper und Iwasawa-Theorie SS 2004

Prof. C. Deninger

Gabriel Herz

Gereon Quick

Vortrag 1: [W] I

Bestimmung des Ringes der ganzen Zahlen des Kreisteilungskörpers $\mathcal{Q}(\zeta_p)$ für eine Primzahl p ; Beweis des Satzes von Fermat für den Spezialfall, dass p die Klassenzahl von $\mathcal{Q}(\zeta_p)$ nicht teilt.

Vortrag 2: [W] II

Grundlegende Resultate über Kreisteilungskörper $\mathcal{Q}(\zeta_n)$; Verzweigung von Primidealen in der Erweiterung $\mathcal{Q}(\zeta_n)|\mathcal{Q}$.

In den ersten beiden Vorträgen sollte man sich insbesondere die Zeit nehmen, Begriffe aus der algebraischen Zahlentheorie zu wiederholen, wie z.B. Ring der ganzen Zahlen eines Zahlkörpers, Klassenzahl eines Zahlkörpers, Verzweigung von Primidealen in einer Erweiterung, Diskriminante und ihr Zusammenhang zur Verzweigung eines Primideals, siehe dazu [N].

Vortrag 3: [W] III

Zusammenstellung und Beweis der wichtigsten Eigenschaften von Dirichlet-Charakteren und der Charaktergruppe.

Vortrag 4: [W] IV bis einschließlich 4.9

Dirichlet-L-Reihen $L(\chi, s)$: Konvergenz, Produktdarstellung, Funktionalgleichung, spezielle Werte und verallgemeinerte Bernoulli-Zahlen.

Vortrag 5: [W] IV Ende

Kongruenzen für die Klassenzahl von $\mathcal{Q}(\zeta_n)$; Formel für das logarithmische Wachstum der relativen Klassenzahl von $\mathcal{Q}(\zeta_n)$.

Vortrag 6: [W] V bis § 5.3

Überblick über die Eigenschaften von \mathcal{C}_p und Einführung von p -adischen L-Funktionen.

Vortrag 7: [W] V §§ 5.4-5.6

Spezieller Wert einer p -adischen L-Funktion bei $s = 1$; p -adische Regulatoren; Formulierung der Leopoldt-Vermutung; Anwendungen auf die Klassenzahlformel.

Die Ergebnisse aus Kapitel VI akzeptieren wir, um uns mehr Zeit für interessantere Kapitel zu lassen.

Vortrag 8: [W] VII bis § 7.3

Zusammenfassung über Gruppenringe und Potenzreihen; Konstruktion von p -adischen L-Funktionen nach Iwasawa und Anwendungen; Beweis der Wachstumsformel für den p -Exponenten der relativen Klassenzahl h_n^- ; \mathcal{Z}_p -Erweiterungen.

Vortrag 9: [W] VII §§ 7.4-7.5

Beweis von $\mu = 0$ in obiger Wachstumsformel für spezielle Körper.

Vortrag 10: [W] VIII

Zyklotomische Einheiten und Beweis der p -adischen Klassenzahlformel.

Vortrag 11: [W] XIII §§ 13.1-13.2

\mathcal{Z}_p -Erweiterungen und die Struktur von Λ -Moduln, $\Lambda = \mathcal{Z}_p[[T]]$.

Vortrag 12: [W] XIII §§13.3-13.4

Iwasawas Theorem über das Wachstum des p -Exponenten e_n in der Klassenzahl von \mathcal{Z}_p -Erweiterungen:
 $e_n = \lambda n + \mu p^n + \nu$ für von n unabhängige ganze Zahlen $\lambda \geq 0$, $\mu \geq 0$ und ν für alle $n \geq n_0$ für ein n_0 .

Vortrag 13: [W] XIII §§13.5-

Hauptvermutung der Iwasawa-Theorie.

Literatur

[A] Apostol, T.M.: Introduction to Analytic Number Theory, Springer 1976

[N] Neukirch, J.: Algebraische Zahlentheorie, Springer, 1992

[S] Serre, J.P.: A Course in Arithmetics, 1976

[W] Washington, L.C.: Introduction to Cyclotomic Fields, 2nd edition, Springer, 1997