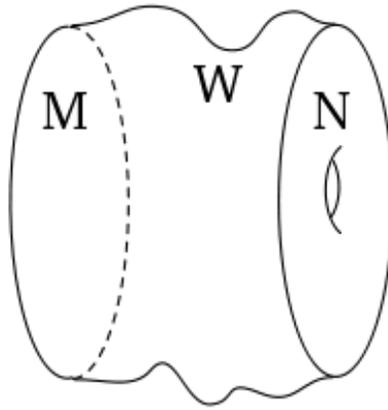


VORLESUNG: BORDISMUSTHEORIE

JOHANNES EBERT

Gegenstand dieser Vorlesung ist das Studium *differenzierbarer* Mannigfaltigkeiten mit den Methoden der algebraischen Topologie. Ein Bordismus ist eine Mannigfaltigkeit W mit Rand ∂W und eine Zerlegung des Randes $\partial W = M \amalg N$ in zwei Untermannigfaltigkeiten, welche dann *bordant* heißen:



Bordant zu sein ist eine Äquivalenzrelation; und die Menge aller Bordismusklassen Ω besitzt eine Ringstruktur. Die Struktur von Ω wurde in den 1950er zuerst von Thom bestimmt. In der Vorlesung werden wir wesentliche Teile von Thoms Arbeit behandeln. Dazu werden sowohl geometrische (Klassifikation von Faserbündeln, Transversalität) als auch algebraische Techniken (charakteristische Klassen) benötigt, welche in der Vorlesung eingeführt werden. Im Einzelnen wird es um folgende Themen gehen:

- Klassifikation von Faserbündeln.
- Charakteristische Klassen von Vektorbündeln.
- Transversalität von glatten Abbildungen und Anwendungen.
- Anfangsgründe der Morsetheorie und Anwendung auf Klassifikationsprobleme von Mannigfaltigkeiten.
- Pontrjagin-Thom-Konstruktion und die Übersetzung des Bordismusproblems in ein homotopietheoretisches Problem.
- (Partielle) Lösung dieses homotopietheoretischen Problems und Anwendungen.

In einem zweiten Teil der Vorlesung werden neuere Entwicklungen der Bordismustheorie behandelt. Mittels der Bordismusrelation lässt sich die sogenannte Bordismuskategorie definieren: Objekte sind $d - 1$ -dimensionale Mannigfaltigkeiten; Morphismen sind die Bordismen. In einer interessanten Arbeit haben Galatius,

Madsen, Tillmann und Weiss die Struktur dieser Bordismuskategorie bestimmt. Wir werden diese Arbeit besprechen und dabei eine Einführung in weiterführende geometrische Techniken der Homotopietheorie geben.

Module: Spezialisierungsmodul Topologie. Im Anschluss an die Vorlesung können Themen für eine Masterarbeit vergeben werden. Bei Bedarf wird die Veranstaltung in englischer Sprache abgehalten.

Vorkenntnisse: Vorausgesetzt werden Kenntnisse in algebraischer Topologie, etwa im Umfang der Vorlesung Algebraische Topologie I von Herrn Ausoni. Ein paralleler Besuch der Vorlesung Algebraische Topologie 2 von Herrn Ausoni ist für das Verständnis der Vorlesung nützlich. Ferner sollten Sie mit den Anfangsgründen der Differentialtopologie vertraut sein.

Ort und Zeit der Vorlesung: Di 16-18 und Do, 10-12. Übung: Mo 16-18. Alle Termine finden im Raum N1 statt. Die Vorlesung beginnt am 11.10., die Übung am 17.10.

MATHEMATISCHES INSTITUT, EINSTEINSTRASSE 62, 48149 MÜNSTER, ZI 308, 0251-83-33718
E-mail address: johannes.ebert@uni-muenster.de