Aufgaben zur Vorlesung

Analysis III

Blatt 7 — J. Lohkamp/M. Förster

WS 2004/05 — Abgabe: Montag, 06.12.2004, 8:15 Uhr

Aufgabe 25: Zeige, dass es eine eindeutige stetig differenzierbare Funktion $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gibt, welche die *Differentialgleichung*

$$\frac{\partial}{\partial t}\varphi(t) = -t\varphi(t)$$

mit *Anfangsbedingung* $\varphi(0) = 1$ für alle $t \in \mathbb{R}$ erfüllt.

Aufgabe 26: Berechne die Fourier-Transformierte der Funktion

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto e^{-\frac{1}{2}x^2}.$$

Aufgabe 27: Sei

$$D^2 := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

Zeige für $\alpha \in \mathbb{R}$, dass

$$\int_{D^2} \|x\|^\alpha d\mu(x)$$

genau dann endlich ist, wenn $\alpha + 2 > 0$ gilt und berechne in diesem Fall den Wert des Integrals.

Aufgabe 28: Zeige mit einem Konvergenzsatz aus der Vorlesung, dass die *Riemann'sche Zetafunktion*

$$\zeta : (1,\infty) \to \mathbb{R}, \quad s \mapsto \sum_{n=1}^{\infty} n^{-s}$$

stetig ist.