Aufgaben zur Vorlesung
Analysis IV

Blatt 8 — J. Lohkamp
SS 2005 — Abgabe: Montag, 13. Juni 2005; 8:00 Uhr

Aufgabe 28: Sei X ein differenzierbares Vektorfeld auf $\mathbb{R}^n$ und $x : (a,b) \to \mathbb{R}^n$ eine maximale Integralkurve von X. Zeigen Sie: ist x nicht auf ganz $\mathbb{R}$ definiert ist, so existiert ein Zeitpunkt $t_0 \in \mathbb{R}$, so dass $\lim_{t\to t_0} x(t) = \infty$. Anders gesagt: (maximale) Integralkurven existieren entweder für alle Zeiten, oder verschwinden in endlicher Zeit im Unendlichen.

Aufgabe 29: Zeigen Sie, dass jedes auf $\mathbb{R}^n$ definierte beschränkte differenzierbare Vektorfeld global integrierbar ist.

Aufgabe 30: Sei $M \subset \mathbb{R}^n$ eine abgeschlossene Untermannigfaltigkeit und X ein differenzierbares Vektorfeld auf M. Konstruieren Sie eine positive Funktion $\varepsilon : M \to \mathbb{R}$, so dass $\varepsilon \cdot X$ global integrierbar ist.

Aufgabe 31: Definieren Sie einen Fluss auf S^2, der genau zwei Fixpunkte und genau einen (nichttrivialen, d.h. nicht nur aus einem Punkt bestehenden) geschlossenen Orbit hat.