

Aufgabe 36:

Gegeben sei die Funktion $f(x, y) = \frac{2 - \cos x}{1 + y^2}$.

- (a) Bestimmen Sie den Gradienten von f in einem allgemeinen Punkt $P = (x_0, y_0)$.
- (b) Bestimmen Sie alle kritischen Punkte von f , die im Bereich $-8 \leq x \leq 8$, $-4 \leq y \leq 4$ liegen.
- (c) Bestimmen Sie in diesen kritischen Punkten die Hesse-Matrix von f und deren Determinante. An welchen dieser kritischen Punkte liegt ein lokales Maximum, ein lokales Minimum bzw. ein Sattelpunkt vor?

Aufgabe 37:

Gegeben sei die Funktion $g(x, y) = \frac{\cos(x)}{1 + y^2}$.

- (a) Bestimmen Sie den Gradienten von g in einem allgemeinen Punkt $P = (x_0, y_0)$.
- (b) Bestimmen Sie alle kritischen Punkte von g , die im Bereich $-8 \leq x \leq 8$, $-4 \leq y \leq 4$ liegen.
- (c) Bestimmen Sie in diesen kritischen Punkten die Hesse-Matrix von g und deren Determinante. An welchen dieser kritischen Punkte liegt ein lokales Maximum, ein lokales Minimum bzw. ein Sattelpunkt vor?

Aufgabe 38:

- (i) Drucken Sie mit *mathematica* die Graphen der obigen Funktionen f und g aus. Hinweis: Starten Sie dazu *mathematica* und sehen Sie im Help-Browser unter dem Stichwort `Plot3D` nach.
- (ii) Drucken Sie mit *mathematica* ein Diagramm mit den Höhenlinien der Funktionen f und g aus. Hinweis: Sehen Sie im Help-Browser unter dem Stichwort `ContourPlot` nach.

Aufgabe 39:

- (i) Berechnen Sie die Länge des Parabelbogens $\gamma(t) = (t, t^2)$, der die Punkte $(-1, 1)$ und $(1, 1)$ verbindet.
- (ii) Die Wendeltreppe auf den Glockenturm der berühmten "Zwölf-Apostel-Kathedrale" in Dekapolis hat zwölf Windungen. Beim Aufstieg laufen Sie entlang des Weges

$$\gamma(t) = \left(1.2 \cos t, 1.2 \sin t, \frac{t}{2.4} \right).$$

Dabei sind alle Koordinaten in Metern angegeben. Welche Wegstrecke haben Sie zurückgelegt, wenn Sie oben angekommen sind?