Übungen zur Mathematik für Naturwissenschaften **Blatt 12**
Prof. Dr. J. Lohkamp **WS 05/06**
Abgabe: Freitag, 3. Februar 2006, bis 10.00 Uhr in die jeweiligen Kästen

Zur Wertung: Gewertet werden die jeweils besten vier Aufgaben (4 Punkte pro Aufgabe).

Aufgabe 44:
Man stelle die Gerade $G \subset \mathbb{R}^2$ durch die Punkte $(-10, 5)$ und $(11, 2)$ in Parameterform dar, fälle das Lot vom Nullpunkt auf die Gerade G und bestimme den Abstand zwischen $(0, 0)$ und G.

Aufgabe 45:
Berechnen Sie das Taylorpolynom bis zur dritten Ordnung der Funktion $f(x) = x \cdot \ln(x + 1)$ an der Stelle $x_0 = 0$.

Aufgabe 46:
Für $a \in \mathbb{R}$ sei $f_a(x) = ax^3 - a^3x^2$. Berechnen Sie $\int_0^1 f_a(x)dx$. Für welche Werte von a nimmt dieses Integral seine Extremwerte an?

Aufgabe 47:
Diskutieren Sie die Funktion

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x + 1},$$

das heißt, ermitteln Sie den maximalen Definitionsbereich, Nullstellen, Extrema, Wendepunkte, Monotonieverhalten, und fertigen Sie eine Skizze des Graphen an.

Aufgabe 48:
Berechnen Sie das unbestimmte Integral $\int \frac{1}{x} \cdot \sin(\ln x)\, dx$.

Aufgabe 49:
Geben Sie eine stetige Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ Ihrer Wahl an, die sämtliche folgenden Eigenschaften erfüllt:

$$f(x) = f(x + 3) \text{ für alle } x \in \mathbb{R}, \quad f(0) = 2, \quad f'(0) = 0.$$

Aufgabe 50:
Bestimmen Sie im Bereich $-4 \le x \le 4$, $-4 \le y \le 4$ die kritischen Punkte der Funktion

$$f(x, y) = \frac{\sin(\frac{3}{2\pi}y)}{2 + x^2}.$$

Geben Sie an, ob es sich dabei um Minima, Maxima oder Sattelpunkte handelt. Skizzieren Sie qualitativ die Höhenlinien von f im oben genannten Bereich.

Aufgabe 51:
Wir betrachten die Differentialgleichung

$$f''(t) = -4f(t)\,.$$

a) Finden Sie Lösungen für die Anfangswerte $f(0) = 2$ und $f'(0) = 0$ bzw. $f(0) = 0$ und $f'(0) = 1$.
b) Zeigen Sie, daß die Summe der beiden Lösungen ebenfalls die obige Differentialgleichung erfüllt.