

Aufgabe 8:

- (a) Gegeben sind die Punkte $P = (-1, 4)$ und $Q = (2, 2)$ im \mathbb{R}^2 . Berechnen Sie $\|\vec{OP}\|$ und $\|\vec{OQ}\|$. Berechnen Sie das Skalarprodukt $\vec{OP} \cdot \vec{OQ}$ sowie den zwischen \vec{OP} und \vec{OQ} eingeschlossenen Winkel. (Dabei bezeichnet O den Ursprung $(0, 0)$ des \mathbb{R}^2 .)
- (b) Begründen Sie, warum man den Flächeninhalt A eines Dreiecks im \mathbb{R}^2 mit den Eckpunkten O, A, B berechnen kann durch die Formel $A = \frac{1}{2} \|\vec{OA}\| \|\vec{OB}\| \sin \psi$, wobei ψ der zwischen \vec{OA} und \vec{OB} eingeschlossene Winkel ist. Berechnen Sie die Fläche des Dreiecks mit den Eckpunkten $(0, 0)$, $(-1, 4)$ und $(2, 2)$.
- (c) Gegeben ist im \mathbb{R}^2 das Dreieck mit den Eckpunkten $(-1, 0)$, $(2, 1)$, $(1, 3)$. Berechnen Sie für das Dreieck die drei Innenwinkel und deren Summe, sowie den Flächeninhalt.

Aufgabe 9:

- (a) Finden Sie im \mathbb{R}^2 einen Vektor der Norm 1, der senkrecht auf dem Vektor $(2, 1)$ steht.
- (b) Finden Sie im \mathbb{R}^3 einen Vektor der Norm 1, der sowohl auf dem Vektor $\vec{v} = (1, 0, 3)$ als auch auf dem Vektor $\vec{w} = (-3, 1, 1)$ senkrecht steht.
- (c) Vergleichen Sie Norm und Richtung des in (b) gefundenen Vektors mit dem Vektorprodukt $\vec{v} \times \vec{w}$. (Hinweis: Berechnen Sie zum Vergleich der Normen den Flächeninhalt des von den Vektoren \vec{v} und \vec{w} aufgespannten Parallelogramms.)

Aufgabe 10:

Der Einheitskreis S im \mathbb{R}^2 ist gegeben durch die Menge aller Punkte P , für die $\|\vec{OP}\| = 1$ gilt. Bestimmen Sie die Zahl π näherungsweise,

- (a) indem Sie den Umfang eines in S einbeschriebenen regelmäßigen 60-Ecks berechnen und mit dem Umfang von S vergleichen.
- (b) indem Sie die Fläche eines in S einbeschriebenen regelmäßigen 60-Ecks berechnen und mit der Fläche von S vergleichen.

Um wieviel Prozent weichen die Näherungswerte von π ab?

Aufgabe 11:

In einem Trödlerladen finden Sie neun völlig gleichaussehende Münzen. Acht davon sind aus reinem Gold, die neunte eine Fälschung aus einer leichteren Goldlegierung mit Messing. Verschmitzt erklärt Ihnen der Trödler, daß Sie eine Münze Ihrer Wahl behalten dürfen, wenn es Ihnen gelingt, die falsche Münze mit einer Balkenwaage in weniger als drei Wiegeversuchen zu identifizieren. Schaffen Sie es? Wenn ja, wie?