Aufgabe 16: Bestimmen Sie den jeweiligen maximalen Definitionsbereich und die Nullstellen der Funktionen

$$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\,,\ \log(1-\sqrt{x}) \text{ und } \frac{x+1}{x^2-3x+2}\,.$$

Aufgabe 17:
Bestimmen Sie mittels des Intervallschachtelungsverfahrens eine Nullstelle der Funktion

$$f(x) = x^{\frac{1}{3}} - 3x^{\frac{3}{2}} + 1$$

bis auf eine Dezimalstelle genau.

Aufgabe 18:
Die Dichte ρ des Wassers ändert sich in Abhängigkeit von der Temperatur T im Temperaturintervall von 0°C bis 10°C gemäß der Formel

$$\rho(T) = -7,8429 \cdot 10^{-6}T^2 + 6,4114 \cdot 10^{-5}T + 0,99986897\,.$$

Bestimmen Sie bis auf eine Dezimalstelle genau, bei welcher Temperatur $T_{\max}$ die Dichte maximal ist.

Aufgabe 19:

(a) Bestimmen Sie die Nullstellen, den Scheitelpunkt und das Monotonieverhalten der quadratischen Funktion $f(x) = 4x - 2x^2$. Skizzieren Sie den Graphen von f.

(b) Gegeben sei $\varepsilon_1 = 0.5$. Bestimmen Sie die Menge X_1 aller reellen Zahlen r, für die $|f(r) - f(\frac{1}{2})| \leq \varepsilon_1$ gilt. Skizzieren Sie X_1 auf der x-Achse des Graphen-Schaubilds von f. Geben Sie eine reelle Zahl $\delta_1 > 0$ an, so daß das Intervall $[\frac{1}{2} - \delta_1, \frac{1}{2} + \delta_1]$ auf der x-Achse ganz in X_1 enthalten ist.

(c) Gegeben sei $\varepsilon_2 = 0.2$. Bestimmen Sie die Menge X_2 aller reellen Zahlen r, für die $|f(r) - f(\frac{1}{2})| \leq \varepsilon_2$ gilt. Skizzieren Sie X_2 ebenfalls auf der x-Achse des Graphen-Schaubilds von f. Geben Sie eine reelle Zahl $\delta_2 > 0$ an, so daß das Intervall $[\frac{1}{2} - \delta_2, \frac{1}{2} + \delta_2]$ auf der x-Achse ganz in X_2 enthalten ist.

(d) Zeigen Sie, daß die Funktion f im Punkt $x_0 = \frac{1}{2}$ stetig ist.