

Aufgabe 20:

(a) Bestimmen Sie die Koeffizienten eines Polynoms $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, das bei -2 , -1 und 3 Nullstellen hat. Wie muß man a, b, c, d wählen, damit zusätzlich $p(0) = 2$ gilt.

(b) Kann man die Konstanten $a, b, c \in \mathbb{R}$ so bestimmen, dass die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \pi^{a+bx+cx^2},$$

die Bedingungen

$$f(-1) = 1, \quad f(0) = \frac{1}{\pi} \quad \text{und} \quad f(1) = 1$$

erfüllt? Begründen Sie Ihre Antwort.

(c) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Exponentialfunktion $f(x) = c \cdot a^x$ ($c \in \mathbb{R}, a > 0$), deren Graph durch die Punkte $P = (3, 4)$ und $Q = (1, 2)$ verläuft.

Aufgabe 21:

Eine Bakterienkultur wächst in 40 Minuten um 8%. Zu Beginn sind 10^6 Bakterien vorhanden.

(a) Stellen Sie eine Funktion $f(t)$ auf, die (in guter Näherung) die Anzahl der Bakterien in Abhängigkeit von der Zeit t gemessen in *Stunden* beschreibt.

(b) Wieviele Bakterien sind nach 3 Stunden, wieviele nach 5 Tagen vorhanden?

(c) Wie lange dauert es, bis sich die Zahl der Bakterien verzehnfacht hat?

Aufgabe 22:

Untersuchen Sie, ob die folgenden Folgen konvergieren:

$$a_n := (-1)^n \frac{1}{n}, \quad b_n := \frac{n-1}{n}, \quad c_n := -\frac{n^3 + 10n^2 + 1}{10n^2 + 1}, \quad d_n := \frac{100n^3 + 3n^2}{2^n + 1}$$

Begründen Sie Ihre Antwort, und geben Sie gegebenenfalls den Grenzwert an.

Aufgabe 23:

Geben Sie eine periodische Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ an, die die Periode 3 hat, deren Funktionswerte zwischen -1 und 5 variieren, und die für $t = 1$ den Wert 3 annimmt.