

Aufgabe 24:

Berechnen Sie die ersten Ableitungen der folgenden Funktionen:

$$\tan(3x + 2), \quad \cos(\sin(5x^2 + x)), \quad \frac{\sin(\cos(x^2 + 1))}{x^2 + 1}$$

Geben Sie jeweils an, welche Ableitungsregeln Sie verwenden.

Aufgabe 25:

Seien f und g dreimal differenzierbare reelle Funktionen.

- (a) Berechnen Sie die erste Ableitung der Funktion $(f(x))^n$.
- (b) Berechnen Sie die zweite und dritte Ableitung der Funktion $f(x)g(x)$.
- (c) Berechnen Sie die zweite und dritte Ableitung der Funktion $f(x)(g(x))^{-1}$. (Annahme: $g(x) \neq 0$)
- (d) Berechnen Sie die zweite Ableitung der Funktion $f^{-1}(x)$. (Annahme: $f'(x) \neq 0$)

Aufgabe 26:

Diskutieren Sie die folgende Kurve (d.h. ermitteln Sie den maximalen Definitionsbereich, Nullstellen, Extrema, Wendepunkte, Monotonieverhalten) und fertigen Sie eine Skizze des Graphen an:

$$\frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$$

Aufgabe 27:

Aus einem rechteckigen Stück Pappe mit den Seitenlängen 40cm und 25cm wird eine Schachtel ohne Deckel hergestellt, indem man an jeder Ecke ein Quadrat mit Seitenlänge x abschneidet und die entstehenden Seitenflächen der Schachtel nach oben biegt. Wie muß man x wählen, damit man eine Schachtel mit maximalem Volumen erhält?