

Übungen zur Vorlesung  
GEOMETRIE

Blatt 1  
Wintersemester 10/11

M. Joachim, F. Springer  
Abgabe Montag, den 25.10.2010

---

**Aufgabe 1** (Dezimalbrüche).

(a) Wandeln Sie folgende Brüche in Dezimalbrüche um. Ist die Darstellung eindeutig? Falls nicht, geben Sie eine weitere Darstellung an.

(i)  $\frac{52}{13}$

(ii)  $\frac{27}{70}$

(iii)  $\frac{1357}{800}$

(iv)  $\frac{7}{512}$

(b) Wandeln Sie die folgenden Dezimalbrüche in vollständig gekürzte Brüche um.

(i)  $0.\overline{428571}$

(ii) 0.875

(iii)  $0.09\overline{8901}$

(iv) 0.199625

**Aufgabe 2** (Vollständigkeit). Bestimmen Sie den Schnitt  $\bigcap_{n=0}^{\infty} I_n$  über alle Mengen in der Folge:

(a)  $I_0 = [0, 1], I_1 = [-\frac{1}{2}, 0], I_2 = [0, \frac{1}{4}], I_3 = [-\frac{1}{8}, 0], \dots$ , also

$$I_n = \begin{cases} [0, \frac{1}{2^n}], & \text{falls } n \text{ gerade} \\ [-\frac{1}{2^n}, 0], & \text{falls } n \text{ ungerade.} \end{cases}$$

(b)  $I_0 = (-1, 1), I_1 = (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}), I_2 = (-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}), I_3 = (-\frac{1}{8}, \frac{1}{8}), \dots$ , also  $I_n = (-\frac{1}{2^n}, \frac{1}{2^n})$ .

**Aufgabe 3** (archimedisches Axiom). Es seien  $x$  und  $y$  zwei reelle Zahlen und es gelte  $x < y$ . Zeigen Sie, dass es eine reelle Zahl  $q$  gibt, für die  $x < q < y$  gilt.

TIPP: Zeigen Sie zunächst, dass es eine natürliche Zahl  $m$  gibt, so dass  $1/m < y - x$  gilt.

**Aufgabe 4** (Inzidenzaxiome). Zeigen Sie, dass die Menge der reellen Zahlen  $\mathcal{E} = \mathbb{R}$  mit  $\mathcal{L} = \{\mathbb{R}\}$  die Inzidenzaxiome nicht erfüllt.

BEMERKUNG:  $\mathcal{L} = \{\mathbb{R}\}$  soll dabei ausdrücken, dass die Menge der Geraden nur aus der einen Geraden besteht, die alle reellen Zahlen enthält.