

Übungen zur Vorlesung
GEOMETRIE

Blatt 5
Wintersemester 10/11

M. Joachim, F. Springer
Abgabe Montag, den 22.11.2010

Aufgabe 1 (kongruente Dreiecke).

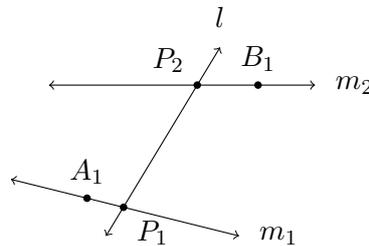
(a) Ein Dreieck $\triangle ABC$ habe die Innenwinkel α, γ mit $m(\alpha) = 45, m(\gamma) = 90$ und die Seite c mit $l(c) = 4$, wobei c dem Winkel γ gegenüber liegt. Bestimmen diese Daten das Dreieck eindeutig bis auf Kongruenz?

TIPP: Sie dürfen zur Lösung der Aufgabe das Ergebnis von Aufgabe 4 nutzen.

(b) Geben Sie ein Dreieck an, das obige Daten hat und dessen Eckpunkte ganzzahlige Koordinaten haben.

Aufgabe 2 (kongruente Dreiecke). Zeigen Sie mit Hilfe der Kongruenzsätze für Dreiecke (!), dass in einem gleichseitigen Dreieck alle Innenwinkel gleich groß sind.

Aufgabe 3 (Wechselwinkel). Es seien zwei verschiedene Geraden m_1 und m_2 gegeben, sowie eine dritte Gerade l , die von m_1 und m_2 verschieden ist und m_1 im Punkt P_1 und m_2 im Punkt P_2 schneidet. Darüber hinaus sei A_1 ein weiterer Punkt auf m_1 und B_1 ein Punkt auf m_2 , der in der anderen Halbebene bezüglich l liegt wie A_1 . Wir bezeichnen die Winkel $\alpha = \sphericalangle P_1 A_1 P_2$ und $\beta = \sphericalangle P_2 B_1 P_1$ als Paar von Wechselwinkeln.



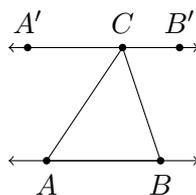
(a) Zeigen Sie, dass m_1 und m_2 parallel sind, falls $m(\alpha) = m(\beta)$ gilt.

TIPP: Nehmen Sie an, dass sich die Geraden m_1 und m_2 in einem Punkt P_3 schneiden, der in derselben Halbebene bezüglich l liegt wie B_1 und betrachten Sie das Dreieck $\triangle P_1 P_2 P_3$. Weshalb kann dann nicht $m(\alpha) = m(\beta)$ gelten?

(b) Zeigen Sie, dass $m(\alpha) = m(\beta)$ gilt, falls m_1 und m_2 parallel sind.

TIPP: Bestimmen Sie mit dem Winkelmaß-Axiom W2 einen Winkel $\sphericalangle P_2 P_1 B_2$ dessen Maß mit dem Maß von α übereinstimmt und zeigen Sie dann, dass B_2 bereits auf m_2 liegt.

Aufgabe 4 (Parallelenaxiom). Beweisen Sie unter Ausnutzung des Parallelenaxioms und der Winkelmaßaxiome, dass die Innenwinkelsumme im Dreieck 180 beträgt.



TIPP: Bezeichnen Sie alle Winkel und finden Sie geeignete Paare von Wechselwinkeln.

BEMERKUNG: Schreiben Sie Ihre Lösungen immer so auf, dass alle Rechen- oder Denkschritte nachvollziehbar sind.