Mathematik für Physiker (Vordiplom; Minimalprogramm)

Nachfolgende Stoffsammlung ist ein Minimalprogramm für die Vordiplomsprüfung "Mathematik für Physiker". Wenn alle Sätze und Definitionen sauber gekonnt werden, ist mit der Note 2,7 zu rechnen.

1) INFINITESIMALRECHNUNG EINER VARIABLEN

Def. Konvergenz von Folgen, Limes, Häufungspunkt. Konvergenz monotoner Folgen. Def. Reihenkonvergenz, Cauchy-Kriterium, notwendig für Konvergenz $\sum a_n$ ist $a_n \longrightarrow 0$ (auch hinreichend?); Majorantenkriterium, Quotienten- und Wurzelkriterium, Leibniz-Kriterium. Def. absolute Konvergenz. Def. Stetigkeit, Zwischenwertsatz. Def. Potenzreihe, Konvergenzradius, Formel von Hadamard. Def. von $\exp z, \log z, \cos z, \sin z$, arcus-Funktion (Bilder dieser Formel malen können). Eulersche Formeln ($e^{x+iy} = \ldots$?). Def. Differenzierbarkeit (geometrische Interpretation?), explizit differenzieren können (Produkt, Kettenregel), Mittelwertsatz der Differentialrechnung, Taylorformel, Berechnen der Extremwerte mittels Ableitungen, L'Hospital. Def. des Integrals nach Riemann oder mittels Regelfunktionen, Def. Stammfunktion, Fundamentalsatz der Differential- und Integralrechnung, partielle Integration und Substitutionsregel anwenden können, Def. uneigentlicher Integrale und Berchnung uneigentlicher Integrale. Def. gleichmäßige Konvergenz, Majorantenkriterium von Weierstraß, $\sum\limits_{v=0}^{\infty} f_v$ wieder stetig bei gleichmäßiger Konvergenz. Wann Vertauschung von Differentiation und Integration bei unendlichen Reihen $f(x)=\sum\limits_{v=0}^{\infty} f_v(x)$? Fourierreihen (wann ist f in eine Fourierreihe entwickelbar, wie sehen die Koeffizienten aus?). Differentialgleichung $\sum\limits_{v=0}^{n} a_v f^{(v)}(x)=0$ lösen können (was geschieht, wenn das zugehörige Polynom mehrfache Nullstellen hat?).

2) INFINITESIMALRECHNUNG MEHRERER VARIABLEN

Def. Konvergenz im $\mathbb{R}^n$, Stetigkeit im $\mathbb{R}^n$. Partielle Differenzierbarkeit, totale Differenzierbarkeit (welcher Zusammenhang besteht zwischen beiden?), Jacobi-Matrix, Kettenregel im $\mathbb{R}^n$, Taylorformel im $\mathbb{R}^n$. Wie kann bei einer Funktion $f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$ berechnet werden, wo f Extremwerte hat? Maxima mit Nebenbedinungen, Satz über implizite Funktionen. Def. grad f, Div f, Rot f. Def. Potentialfunktion zu gegebenem Vektorfeld. Welche Differentialgleichungen sind notwendig für die Existenz einer Potentialfunktion? Potentialfunktion existiert genau dann, wenn Kurvenintegral wegunahbängig. Def. Kurvenintegral, wie berechnet man Kurvenintegrale? Def. Integral im $\mathbb{R}^n$, Berechnung von Integralen über projizierbaren Mengen im $\mathbb{R}^n$ mittels Satz von Fubini, Transformationsregel. Satz von Green, Satz von Gauß, Satz von Stokes. Dazu Berechnung des Oberflächenintegrals und des Normalenvektors können. Def. komplex-differenzierbar, Äquivalenz zu total differenzierbar und Cauchy-Riemannscher Differentialgleichung. Anwendung des Residuensatzes.

3) LINEARE ALGEBRA

Def. Vektorraum, linear unabhängig, Erzeugendensystem, Basis, $\dim V$. Inverse und Transponierte einer Matrix kennen (wie berechnet man konkret die inverse Matrix?). Zeilen- und Spaltenrang kennen und bei Beispielen berechnen können. Def. Determinante, Berechnung und Eigenschaften von Determinanten. Wann sind m Gleichungen mit n Unbekannten lösbar (eindeutig lösbar)? (Kriterien mit Rängen gewisser Matrizen). Kramersche Regel. Def. Homomorphismus, Rangsatz $\dim V = \dim \mathrm{Inf} + \dim \mathrm{Ker} f$ (damit $f : V \longrightarrow V$ injektiv $\Longleftrightarrow$ f surjektiv), Beziehung Homomorphismus von U, V zu Matrizen bei festen Basen von U, V. Def. Eigenwerte, Def. charakteristisches Polynom, Berechnung von Eigenwerten, Cayley-Hamilton. Def. Minimalpolynom. Satz: Minimalpolynom teilt charakteristisches Polynom. Def. ähnliche Matrizen, Def. diagonalisierbare Matrizen. Mindestens ein Kriterium dafür, wann eine Matrix diagonalisierbar ist. Def. Euklidischer Vektorraum und Skalarprodukt. Beispiele für Skalarprodukte. Definition und Charakterisierungen orthogonaler und selbstadjungierter Abbildungen. Schmidtschees Orthonormalisierungsverfahren. Def. symmterische Matrix, Def. positiv und negativ definit, Kriterien, wann eine Matrix positiv oder negativ definit ist.

WICHTIG: Leider kommt es oft vor, daß bei Prüfungen aus Zeitmangel der Großteil eines der 3 obigen Gebiete nicht gelernt worden ist. Damit ist ein unnötiges Durchfallen vorprogrammiert. Insbesondere sollte die Analysis mehrerer Variablen gekonnt werden.