<u>Bemerkung:</u> Gegeben sei eine Dirichletreihe

$$(1) \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n^s}$$

sowie eine reelle Zahl α. Dann gelten:

<u>(i)</u> Ist (1) für $Re(s) > \alpha$ <u>absolut konvergent</u>, so ist (1) im Gebiet $Re(s) > \alpha$ auch <u>normal konvergent</u>.*)

<u>(ii)</u> Ist (1) für $Re(s) > \alpha$ absolut konvergent, so auch die Reihe

$$(2) \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n \log n}{n^s}$$

Beweis: (i) Für ein beliebiges Kompaktum $K \neq \emptyset$ im Gebiet $Re(s) > \alpha$ gibt es ein $\sigma_0 > \alpha$ mit $Re(s) \geq \sigma_0$ für alle $s \in K$. Damit

$$\left|\frac{a_n}{n^s}\right| = \frac{|a_n|}{n^\sigma} \leq \frac{|a_n|}{n^{\sigma_0}} \quad \text{für alle } s \in K$$

Nach Voraussetzung ist aber $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{|a_n|}{n^{\sigma_0}} < \infty$, und es folgt die Behauptung.

(ii) Dies zeigt man leicht direkt, ÜA. Es folgt aber auch aus (i) mit einem bekannten Satz der Funktionentheorie, vgl. FT, 7.1.13.

<u>Beispiel:</u> Für die Riemannsche Zetafunktion ζ hat man

$$(6) \qquad \zeta'(s) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log n}{n^s} \quad \text{mit } \underline{\text{absoluter}} \text{ Konvergenz der Reihe auf } Re(s) > 1,$$

vgl. Bsp. 1 auf S. 14 sowie Korollar 1 auf S. 8.

---

*) Zum Begriff der <u>normalen Konvergenz</u> vgl. FT I, S. 180