06.12.2013

8. Übungsblatt
Topologie WS 2013/14 (Weiss)

1.

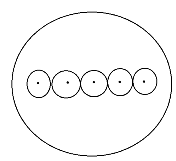
(a) $H_n(\mathbb{C} \smallsetminus S)$ für alle $n \in \mathbb{Z}$ bestimmen, wobei $S = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \subset \mathbb{C}$.

(b) Sechs stetige Abbildungen $g, f_{-2}, f_{-1}, f_0, f_1, f_2$ von S^1 nach $\mathbb{C} \smallsetminus S$ sind gegeben durch $g(z) = 3z$, $\quad f_k(z) = k+(z/2)$, wobei S^1 selbst als Teilmenge von $\mathbb{C}$ aufgefasst wird. Unter Benutzung Ihrer Beschreibung von $H_n(\mathbb{C}\smallsetminus S)$ unter (a) sollen Sie die induzierten Homomorphismen $H_n(S^1) \to H_n(\mathbb{C}\smallsetminus S)$ für $n = 0$ und $n = 1$ bestimmen. (Jeweils sechs Fälle.)

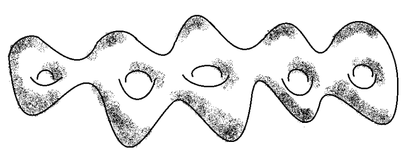
(c) $H_n(F)$ für alle $n \in \mathbb{Z}$ bestimmen, wobei F eine geschlossene orientierbare Fläche vom Geschlecht 5 ist.

[Hinweise und Bilder. (a) *Bestimmen* heisst: den Isomorphietyp der abelschen Gruppe $H_n(\mathbb{C} \smallsetminus S)$ bestimmen. Sie können gerne eine Mayer-Vietoris-Folge benutzen. Dazu brauchen Sie offene Teilmengen V und W von $\mathbb{C} \smallsetminus S$, so dass $V \cup W = \mathbb{C} \smallsetminus S$; sinnvoll und nützlich ist das, wenn Sie $H_n(V)$, $H_n(W)$ und $H_n(V \cap W)$ schon verstehen für alle n.

(b) Hier wird so getan, als ob Sie schon wissen, was $H_n(S^1)$ ist. Es soll auch in der Vorlesung entweder am 6.12. oder am 9.12. kommen. Die sechs Abbildungen sind in folgendem Bild angedeutet:



(c) Bild von F:



Es handelt sich um eine kompakte 2-dimensionale Mannigfaltigkeit. Hier können Sie auch wieder eine Mayer-Vietoris-Folge benutzen. Dazu brauchen Sie offene Teilmengen X und Y von F mit $X \cup Y = F$, usw. Beachten, dass ich in (a) und (b) eine Art Vorschlag gemacht habe, was X und Y sein könnten! Es wäre nett und wahrscheinlich zeitsparend für den Übungsgruppenleiter, wenn Sie diesem Vorschlag folgen könnten, es ist aber nicht Gesetz.]

Alles zur Abgabe am Donnerstag 12.12. vor 12:00. Punkte: 12, 13, 25.