Prof. Dr. R. Wulkenhaar
Dr. R. Brüske

WS 07/08

Übungen zur Mathematik für Physiker I

Abgabe: Donnerstag, 10.01.08, vor der Vorlesung in den Briefkästen — Blatt 11

Aufgabe 1. Wo ist die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) := |x| + |x-1| + |x-2|$ differenzierbar?

Aufgabe 2. Differenziere die Funktionen

a) $f(x) = x^{(x^x)} \quad (x > 0)$

b) $f(x) = x^{\frac{1}{x}} \quad (x > 0)$

c) $f(x) = \ln(2 + \sin x)$

Aufgabe 3. Es sei $a \in \mathbb{R}$, f in einer Umgebung von a erklärt und in a differenzierbar. Berechne:

a) $\lim\limits_{\substack{h\to 0\\ h\neq 0}} \dfrac{f(a+h^2) - f(a)}{h}$

b) $\lim\limits_{\substack{x\to a\\ x\neq a}} \dfrac{xf(a) - af(x)}{x-a}$

c) $\lim\limits_{\substack{h\to 0\\ h\neq 0}} \dfrac{f(a+\alpha h) - f(a-\beta h)}{h}$ mit (festem) $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 4. Es seien $n \in \mathbb{N}$, $a \in \mathbb{R}$ und die Funktionen f_i in a differenzierbar für $i = 1, \dots, n$.

a) Zeige: $\left(\prod_{i=1}^n f_i\right)'(a) = \sum_{j=1}^n \left(\prod_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^n f_i(a)\right) f_j'(a)$.

b) Zeige: Gilt $\left(\prod_{i=1}^n f_i\right)(a) \neq 0$, so gilt

$$\frac{\left(\prod_{i=1}^n f_i\right)'(a)}{\left(\prod_{i=1}^n f_i\right)(a)} = \sum_{i=1}^n \frac{f_i'(a)}{f_i(a)} .$$