Übungen zur Mathematik für Physiker I

Abgabe: Donnerstag, 3.12.09, bis 10.00 Uhr in den Briefkästen Blatt 7

Alle Lösungen der folgenden Aufgaben erfordern eine Begründung!

Aufgabe 1. Man bestimme die allgemeine Lösung der folgenden linearen Gleichungssysteme:

a)
$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 6x_4 &= 3 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 3x_4 &= 4 \\ -2x_1 - 2x_2 + 6x_3 + 10x_4 &= 4 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{pmatrix} 1+\mathrm{i} & -2 & 1 \\ 2-\mathrm{i} & -1+\mathrm{i} & -1 \\ \mathrm{i} & -2-\mathrm{i} & 2+\mathrm{i} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2. Für welche $b_1, b_2, b_3, b_4 \in \mathbb{Q}$ ist das LGS

$$\begin{aligned} u + v - w \phantom{{}+x} + y &= b_1 \\ v + w &= b_2 \\ u + x + y &= b_3 \\ v + 3w + x &= b_4 \end{aligned}$$

– lösbar, aber nicht eindeutig lösbar,
– eindeutig lösbar,
– nicht lösbar?

Aufgabe 3. Für welche $t \in \mathbb{C}$ ist das folgende LGS eindeutig lösbar?

$$\begin{pmatrix} t & t & -1 \\ 1 & 1+t & 2t \\ t & 1+t & t^2+1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4. Für welche $\lambda \in \mathbb{R}$ sind die folgenden Vektoren linear abhängig?

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \lambda \end{pmatrix} \qquad v_4 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$