Übungen zu Charakteristischen Klassen

— Blatt 12 —

Roman Sauer , Malte Röer 8. Juli 2009

Übung 1. Sei $\{\hat{A}_m\}_{m\in\mathbb{N}}$ die zu $f(x) = \frac{\sqrt{x}/2}{sinh(\sqrt{x}/2)}$ assoziierte multiplikative Sequenz. Zeigen Sie, dass gilt:

$$\hat{A}_1(p_1) = -\frac{1}{24}p_1$$
$$\hat{A}_2(p_1, p_2) = \frac{1}{2^7 \cdot 3^2 \cdot 5}(-4p_2 + 7p_1^2)$$

Übung 2. Die Nullstellenmenge des homogenen Polynoms $f(Z_0, ..., Z_3) = Z_0^4 + ... + Z_3^4$ definiert eine komplexe Untermannigfaltigkeit $K3 \subset \mathbb{C}P^3$, die sogenannte $K3$- *Fläche*. Zeigen Sie:

$$sign(K3) = \pm 16.$$

Tatsächlich gilt $sign(K3) = 16$.
Anleitung: Benutzen Sie ohne Beweis, dass das Normalenbündel von $K3$ in $\mathbb{C}P^3$ isomorph zu $j^*\gamma^{\otimes 4}$ ist, wo γ das kanonische Linienbündel des $\mathbb{C}P^3$ bezeichnet und $j : K3 \to \mathbb{C}P^3$ die Inklusion. Zeigen Sie, dass die von j induzierte Abbildung $j^* : H^4(\mathbb{C}P^3) \to H^4(K3)$ durch $n \mapsto 4 \cdot n$ gegeben ist.

Übung 3. Sei M eine geschlossene und orientierbare glatte Mannigfaltigkeit. Sei $M' \to M$ eine d-fache Überlagerung. Zeigen Sie:

$$sign(M') = d \cdot sign(M)$$

Abgabe bis Mittwoch, 15. Juli in den Übungsgruppen