Preprint of the paper Schukajlow, S., & Leiss, D. (2011). Selbstberichtete Strategienutzung und mathematische Modellierungskompetenz. Journal für Mathematikdidaktik, 32(1), 53-77. Publizierte Fassung: https://doi.org/10.1007/s13138-010-0023-x

Selbstberichtete Strategienutzung und mathematische Modellierungskompetenz

Stanislaw Schukajlow · Dominik Leiss

Zusammenfassung In der vorliegenden Untersuchung wurde die selbstberichtete Strategienutzung von Neuntklässlern beim Bearbeiten von Modellierungsaufgaben erfasst und im Zusammenhang mit ihren mathematischen Leistungen betrachtet. Dazu haben 86 Neuntklässler aus zwei Realschulklassen und acht Gymnasialklassen zunächst einen Modellierungstest bearbeitet. Anschließend wurden sie zu ihren allgemeinen und aufgabenbezogenen Lernstrategien beim Lösen von Modellierungsaufgaben befragt. Die Schüler gaben im Rahmen der allgemeinen Befragung an, deutlich seltener ihre Lösungsprozesse zu planen, als Kontroll-, Elaborations-, Wiederholungs- oder Organisationsstrategien zu benutzen. Die Ergebnisse der aufgabenbezogenen Befragung zeigen, dass die Strategien *Zeichnen einer Skizze* und *Suchen einer Analogie* häufiger beim Bearbeiten der Modellierungsaufgaben zum Inhaltsbereich Satz des Pythagoras als zum Bereich Lineare Funktionen berichtet werden. Bezüglich der selbstberichteten Strategienutzung und der mathematischen Modellierungsleistungen der Lernenden konnten keine signifikanten Korrelationen festgestellt werden, so dass sich hier die Frage der inhaltlichen Bedeutung von Lernstrategien bzw. des methodisch angemessenen Vorgehens stellt, welche in weiteren Studien zu validieren ist.

Schlüsselwörter Modellieren · Strategien · Anwendungsbezogener Mathematikunterricht · Strategien

Mathematics Subject Classification (2000) 97C30 · 97C70 · 97D50 · 97D70 ·97M10

Self-reported use of strategies and mathematical modelling

Abstract This article deals with a report by ninth graders on their use of learning strategies when solving modelling problems and to what extent the strategy use is related to modelling competency. 86 ninth graders from 2 German middle track classes (Realschule) and 8 upper track classes (Gymnasium) first took a modelling test. Afterwards they were asked about their use of general and task-specific learning strategies while solving the problems. The students reported that they used planning strategies more seldom than the control, elaboration, rehearsal and organisation ones. The analysis of the task-specific questionnaire shows that the strategies “make a drawing” and “search for analogy” were reported to be more frequently used while solving modelling problems about the “Pythagorean theorem”, than about “linear functions”. There were no significant correlations between the self-reported strategy use and the modelling competency. Therefore, both the role of learning strategies in performance and the method of measuring learning strategies and performance ought to be explored in further studies.

Keywords Modelling competency · Word problems · Learning strategies

1 Einleitung

Unter vielen Ansätzen, Leistungen zu fördern und schulisches Lernen zu verbessern, gilt die Optimierung des Einsatzes von Lernstrategien durch Schülerinnen und Schüler[1] als eine vielversprechende Intervention. Die wichtige Stellung der Lernstrategieforschung in der Lehr-Lernforschung ist der Einsicht zu verdanken, dass eine effektive Strategienutzung und ein breites Strategierepertoire im Rahmen von Trainingsmaßnahmen beeinflussbar sind (Weinstein, Husman & Dierking, 2000), unmittelbar mit dem Wissenserwerb zusammenhängen (Weinstein & Mayer, 1986) und als notwendige Grundlage zur Selbstregulation angesehen werden (Zimmerman, 2002), was wiederum als zentrales Element lebenslangen Lernens gilt.

[1] Weiter in dieser Arbeit wird nur die männliche Form benutzt. Gemeint sind aber stets beide Geschlechter

Der vorliegende Beitrag befasst sich mit (Lern-)Strategien von Lernenden beim Bearbeiten realitätsbezogener mathematischer Modellierungsaufgaben. Einen Schwerpunkt der Untersuchung bilden dabei die Fragestellungen zum einen zur Häufigkeit der Nutzung von allgemeinen Lernstrategien und zum anderen zum Zusammenhang zwischen der selbstberichteten allgemeinen Strategienutzung mit der Modellierungskompetenz der Schüler. Zudem soll im vorliegenden Beitrag der Frage nachgegangen werden, inwiefern ein inhaltsbereichsspezifischer Einsatz von Strategien festgestellt werden kann. Die beiden dazu untersuchten Inhaltsbereiche *Satz des Pythagoras* und *Lineare Funktionen* sind im Curriculum fest verankert, stellen zentrale Aspekte der Bildungsstandardsleitideen „Messen" und „Funktionaler Zusammenhang" dar und erfordern im Rahmen der diesbezüglichen Aufgabenbearbeitungsprozesse unterschiedlichste Aktivitäten der Lernenden, so dass hierdurch auch themenspezifische Grenzen einer aufgabenbezogenen Strategienutzung ausgelotet werden können.

2 Lernstrategien und Modellierungskompetenz

2.1 Lernstrategien

Im Rahmen eines zielgerichteten Lern- und Arbeitsprozesses benötigen Schüler Steuerungseinheiten oder Strategien. Im Einklang mit dieser Annahme unterschiedet Kirby (1988) zwei Domänen: Die „skills domain", in der Fähigkeiten, Fertigkeiten und Wissen gespeichert sind, und die „strategies domain", die aus Steuerungseinheiten unterschiedlicher Art gebildet wird. Als (Lern-)Strategie werden hierbei in Anlehnung an Weinstein und Mayer (1986), jene Verhaltensweisen und Gedanken verstanden, die Lernende aktivieren, um ihre Motivation und den Prozess des Wissenserwerbs zu beeinflussen und zu steuern" (Friedrich und Mandl, 2006, S. 1). Sie sind im Gedächtnis mental repräsentiert und als aufrufbare Handlungspläne gespeichert (Krapp, 1993).
Die Strategiedomäne wird oft in drei Gruppen eingeteilt: kognitive Strategien, metakognitive Strategien und Strategien des Ressourcenmanagements (Pintrich, 1999; Pintrich und Garcia, 1994). Die kognitiven Strategien beschäftigen sich mit der Informationsaufnahme und -verarbeitung. Metakognitive Strategien steuern den Einsatz von kognitiven inhaltsbearbeitenden Strategien im Lernprozess. Strategien des Ressourcenmanagements wie z.B. eine produktive Zeiteinteilung und eine Gestaltung der störungsfreien Arbeitsumgebung unterstützen den Lernprozess. Da im Mittelpunkt dieses Beitrags lösungsprozessbezogene kognitive und metakognitive Lernstrategien stehen, werden diese Strategien im nächsten Abschnitt genauer erläutert.

2.2 Kognitive und metakognitive Strategien im Lösungsprozess

Wiederholungs-, Elaborations- und Organisationsstrategien bilden zusammen die Gruppe der kognitiven Strategien (Weinstein und Mayer, 1986).

- Wiederholungsstrategien sind für die Selektion und Speicherung neuer Informationen im Lösungsprozess verantwortlich. Beim Lösen einer Modellierungsaufgabe (siehe Definition von Modellierungsaufgaben z.B. bei Niss, Blum und Galbraith, 2007) sind Wiederholungsstrategien u.a. Ausschreiben (Notieren) und Unterstreichen wichtiger Angaben oder mehrmaliges Lesen der Aufgabenstellung.
- Elaborationsstrategien steuern die Verknüpfung neuer Informationen mit dem Vorwissen. Beispiele für Elaborationsstrategien sind das Erinnern an eine ähnliche Aufgabe oder die Suche nach passenden mathematischen Verfahren.
- Die Funktion der Organisationsstrategien ist es, die vorliegenden Informationen besser zu strukturieren. Eine typische Organisationsstrategie beim Lösen einer Modellierungsaufgabe ist z.B. das Zeichnen einer Skizze[2]. Beim Zeichnen der Skizze werden die Angaben umstrukturiert und zu einer neuen Repräsentation verknüpft, welche die Suche geeigneter mathematischer Verfahren erleichtern sollte (vgl. u.a. Newell und Simon, 1972).

Von den genannten kognitiven Strategien sind metakognitive Strategien wie Planung, Kontrolle und Regulation abzugrenzen. So kann beim Bearbeiten einer mathematischen Aufgabe der Lösungsprozess explizit geplant werden. Dabei macht sich der Lernende bewusst, wie er vorgehen kann, um sein Ziel – die Lösung der Aufgabe – zu erreichen. Mit Hilfe von Kontrollstrategien wird der Lösungsprozess überwacht. Die Kontrollstrategien werden bei Abweichungen des

[2] Beim Zeichnen einer Skizze können auch andere Strategien (wie z.B. Suche einer Analogie) aktiviert werden. Die Organisation von vorgegebenen Informationen steht dennoch im Vordergrund.

tatsächlichen vom erwarteten Ergebnis (so genannten Ist-Soll-Abweichungen (Miller, Galanter und Pribram, 1973)) aktiviert und leiten über die Regulationsstrategien die Korrektur der Lösungstätigkeiten an. Die metakognitiven Strategien beeinflussen somit nicht – wie die kognitiven Strategien – die unmittelbare Informationsverarbeitung. Viel mehr steuern sie die Auswahl und den Einsatz von kognitiven Strategien.

2.3 Zum Zusammenhang zwischen Leistungen und Strategien

In der empirischen Forschung sind die Befunde zum Zusammenhang zwischen Leistungen von Lernenden bei der Bearbeitung von mathematischen Aufgaben und dem Nutzen von Lernstrategien uneinheitlich. In mehreren Studien wurde ein positiver Zusammenhang zwischen Leistungen und metakognitiven Strategien (siehe u.a. De Corte, Verschaffel und O'pt Eynde, 2000; Greer und Verschaffel, 2007; Schoenfeld, 1992; Treilibs, 1979) sowie einzelnen kognitiven Strategien (Hembree, 1992) berichtet. Andererseits gibt es Studien, die eine schwache oder sogar negative Korrelation zwischen Leistungen und selbstberichteten Strategien konstatieren (Dresel und Haugwitz, 2005; Lipowsky, Rakoczy, Klieme, Reusser und Pauli, 2005; Schukajlow et al., 2009; Stebler und Reusser, 1997). Dabei werden unter Schülerleistungen in der Regel Testergebnisse der Schüler verstanden. In einigen wenigen Fallstudien wurden auch Zusammenhänge zwischen der Qualität von Lösungsprozessen und Strategien betrachtet (siehe z.B. Schoenfeld, 1992; Stillman und Galbraith, 1998).
Einen sehr detaillierten Einblick in die Nutzung von metakognitiven Strategien und in die Zusammenhänge zwischen der Strategieanwendung und Schülerleistungen erlaubt eine auch qualitativ orientierte Studie von Stillman und Galbraith (1998), in der u.a. 11 Schülerpaare nach der Bearbeitung von realitätsbezogenen Modellierungsaufgaben zu ihren Strategien interviewt wurden. In dieser Studie berichten 57% der Schüler, dass Planung eine unabdingbare Strategie bei der Bearbeitung von mathematischen Aufgaben sei. Von den Probanden konnte jedoch nur ein kleiner Teil von Probanden ihre Planungsaktivitäten genau beschreiben. Auf der anderen Seite halten viele Lernende eine explizite Planung des Lösungsprozesses für eine überflüssige Handlung und fassen die Bearbeitung von mathematischen Aufgaben eher als Anwendung von Regeln auf:
„I just saw whatever information I had. I just thought, 'Okay, well then, I'll use this rule', because, I don't know, we just had the rules and that was it." (Stillman und Galbraith, 1998, S. 175).
Die Untersuchung der metakognitiven Strategie *Kontrolle* zeigt zudem eine deutliche Kluft zwischen theoretischen Einschätzungen und tatsächlicher Anwendung. So findet etwa die Hälfte der Probanden es wichtig, die erzielten Ergebnisse zu kontrollieren. Allerdings belegen Videoaufzeichnungen zugleich, dass nur wenige dies bei der Bearbeitung von Aufgaben tatsächlich umsetzen. Als häufigste Ursache des Nichtanwendens von Kontrollstrategien wird von den Lernenden der Zeitmangel bei der Lösung von Aufgaben genannt. Werden die Schülergruppen nach der Qualität ihres Lösungsprozesses unterschieden und im Zusammenhang mit der Nutzung von metakognitiven Strategien betrachtet, stellen die Autoren Folgendes fest: Alle Schülergruppen haben etwa gleich häufig metakognitive Strategien angewandt. Gruppen, die eine bessere Lösung entwickeln, ändern jedoch ihre Lösungstätigkeit im Anschluss an die Nutzung einer metakognitiven Strategie. Somit bildet ein breites Repertoire an metakognitiven Strategien und die Möglichkeit ihrer Aktivierung eine notwendige Voraussetzung für den erfolgreichen Lösungsprozess. Der positive Einfluss von metakognitiven Aktivitäten auf den Lösungsprozess wird aber über die Nutzung von geeigneten kognitiven Strategien vermittelt.

2.4 Erhebungsmethoden bei der Erfassung von Strategien

Als mögliche Ursachen der uneinheitlichen teilweise widersprüchlichen Forschungslage zum Zusammenhang zwischen Strategien und Schülerleistungen werden u.a. Unterschiede in der Art der Erhebung von Lernstrategien (selbstberichtete vs. vom externen Beobachter erfasste Strategien) vermutet (Artelt, 2000). Bei den selbstberichteten Strategien, die mit Hilfe von Befragungen erhoben werden, werden Verzerrungen im Antwortverhalten von Probanden aus verschiedenen Gründen, wie z.B. die Vorformulierung der Strategien, vermutet (vgl. Zusammenfassung bei Spörer und Brunstein, 2006). Die Erfassung von Strategien von externen Beobachtern, wie etwa durch Interviews im Anschluss an die Aufgabenbearbeitung kann zwar evtl. eine bessere Annäherung an tatsächliche strategische Handlungen liefern, erfordert jedoch detaillierte Analysen, die im Rahmen quantitativ orientierter Studien und dementsprechend größeren Stichproben mit extrem viel Aufwand und sehr hohen Kosten verbunden sind. Die mit Abstand genaueste Erfassung von Strategien „on the fly" wird durch den Einsatz von Computersoftware möglich. Dies ist jedoch auf die Wahl von computertauglichen

Problemstellungen angewiesen, bei deren Bearbeitung alle Handlungen der Probanden ausschließlich am Computer durchgeführt werden müssen. Dadurch sind die Ergebnisse in ihrer Aussagekraft eingeschränkt. Daher wird weiterhin versucht, die Strategien der Schüler mit Hilfe von zeitökonomischen Befragungsinstrumenten zu erheben. So empfehlen Schlagmüller und Schneider (1999), Strategie*wissen* statt Strategie*nutzung* zu erfassen. Eine andere Möglichkeit an die Strategien näher heran zu kommen, wäre sie fachdidaktisch zu konkretisieren. Dadurch ist es möglich, einem bekannten Defizit der vorliegenden Strategieinstrumente Rechnung zu tragen: Oft wird darauf hingewiesen, dass die untersuchten Strategien sich zu wenig auf einen bestimmten Gegenstand beziehen und lediglich allgemeine Äußerungen (Wenn ich lerne, dann …) enthalten (Spörer und Brunstein, 2006). Es liegen bereits einzelne Studien vor, welche diese Idee erfolgreich implementiert haben. Eine solche Untersuchung wurde z.B. von Leutner und Leopold (2003) durchgeführt. In der Strategiebefragung im Rahmen dieser Studie zum Lernen an Sachtexten wurden aufgabenspezifische mentale Modelle genutzt. Die Autoren berichten über die positiven Zusammenhänge von Strategien mit Lernergebnissen.

Die entsprechend motivierte fachdidaktische Anpassung der Befragungsinstrumente wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit auf zwei Weisen vorgenommen.

Die traditionellen Skalen zu allgemeinen Strategien werden fachdidaktisch geschärft. Die einzelnen Items werden dabei im Hinblick auf ihre Relevanz für die Bearbeitung von Modellierungsaufgaben überprüft und die Skalen ergänzt.

Es wird ein neues gegenstandsspezifisches Befragungsinstrument entwickelt und eingesetzt, bei dem Schüler zur Strategienutzung anhand konkreter mathematischer Modellierungsaufgaben befragt werden.

Bei der allgemeinen Strategiebefragung werden Strategien allgemein in Bezug auf mathematische Lösungsprozesse und damit zunächst aufgabenunspezifisch erfasst. Die Tätigkeit der Schüler wird bei dieser Befragung in Worten erklärt. Z.B.: „Bei der Lösung einer etwas schwierigen Textaufgabe, zeichne ich eine Skizze“ oder „Bei der Lösung einer etwas schwierigen Textaufgabe, suche ich Informationen, die zusammengehören“ (Rakoczy, Buff und Lipowsky, 2005 S. 74). Was sich ein Schüler unter einer schwierigen Textaufgabe konkret vorstellt, bleibt bei dieser Befragungsart offen.

Bei der aufgabenbezogenen Befragung werden hingegen konkrete Aufgaben abgebildet und die Probanden werden zur Nutzung einer Strategie (z.B. das Zeichnen einer Skizze) beim Bearbeiten der jeweiligen Aufgabe befragt. Solche aufgabenbezogenen Befragungen werden bis auf einige wenige Ausnahmen (wie die Selbstwirksamkeitsskala von Betts und Hackett (1983)) bisher nur selten in den pädagogisch-psychologischen und fachdidaktischen Studien eingesetzt.

2.5 Modellierungskompetenz

Obwohl Strategien in allen Kompetenzbereichen der Mathematik eine wichtige Rolle spielen, sind die Anforderungen an das strategische Repertoire bei der Lösung von Modellierungsaufgaben besonders hoch. Da die Lösung von Modellierungsaufgaben eine Vielzahl von unterschiedlichen Aktivitäten erfordert, müssen die Problemlöser auch eine Vielzahl von unterschiedlichen Strategien besitzen und diese je nach Bedarf aktivieren können.

Den Kern von Modellierungsaktivitäten bilden anspruchsvolle Übersetzungsprozesse zwischen Realität und Mathematik (Blum, 2007). Ein gängiges Prozessmodell zur Beschreibung von Modellierungsaktivitäten (siehe u.a. auch Modelle von Galbraith und Stillman, 2006; Pollak, 1979; Verschaffel, Greer und De Corte, 2000) ist ein Modellierungskreislauf nach Art von Blum und Leiss (2007). Der Lösungsprozess einer Modellierungsaufgabe wird darin idealtypisch als siebenschrittige Abfolge von Aktivitäten charakterisiert: (1) die Aufgabenstellung verstehen und ein Situationsmodell bilden (Leiss, Schukajlow, Blum, Messner und Pekrun, 2010); (2) das Situationsmodell strukturieren, idealisieren und präzisieren und ein Realmodell konstruieren; (3) mathematisieren, d.h. das Realmodell in ein mathematisches Modell übersetzen; (4) mathematische Verfahren anwenden und ein mathematisches Resultat herleiten; (5) das mathematische Resultat bezüglich der realitätsbezogenen Problemstellung interpretieren, um so ein reales Resultat zu erzielen; (6) das Resultat in Bezug auf die Gegebenheiten der Situation validieren; und abschließend (7) den Lösungsprozess dokumentieren. Beim Lösen einer Modellierungsaufgabe müssen alle Teilschritte, ggf. sogar mehrfach, durchlaufen werden. „Sprünge“ zwischen einzelnen Stationen sind möglich und treten im Bearbeitungsprozess tatsächlich auf (siehe z.B. Borromeo Ferri, 2007).

Anhand einer Beispielsaufgabe Maibaum (Abb. 1) (Leiss et al., 2009) zum Inhaltsbereich Satz des Pythagoras soll der Modellierungsprozess genauer erläutert werden:

Maibaum

Jedes Jahr findet in Bad Dinkelsdorf am 1. Mai der traditionelle Tanz um den so genannten Maibaum statt, einem ca. 8 m hohen Baumstamm. Dabei halten die Tänzer Bänder in den Händen, die an der Spitze des Maibaumes befestigt sind. Mit diesen 15 m langen Bändern tanzen sie dann so um den Maibaum, dass im Verlauf des Tanzes ein schönes Muster am Stamm entsteht (auf dem Foto ist oben am Maibaum schon so ein Muster erkennbar).

Foto: http://www.behamberg.gv.at/berichte/Maibaum%202006/Segnung.htm

In welcher Entfernung vom Maibaum stehen die Tänzer zu Beginn des Tanzes (dabei sind die Bänder straff gespannt)? Beschreibe deinen Lösungsweg.

Abb. 1 Modellierungsaufgabe zum Inhaltsbereich Satz des Pythagoras

Die Bearbeitung der Aufgabe beginnt mit dem Lesen des Textes und dem Betrachten des Bildes. Dazu wird ein mentales Modell der beschriebenen Situation konstruiert (1). Das Situationsmodell enthält unterschiedliche – z.T. für die Lösung irrelevante – Angaben, beispielsweise den Tag, an dem das Maifest stattfindet. Beim Bilden des Realmodells (2) werden nun die wichtigen Angaben identifiziert, das Situationsmodell umstrukturiert und im Hinblick auf die mathematische Fragestellung präzisiert. Idealisiert kann sich der Aufgabenlöser eine dreiecksähnliche Struktur vorstellen, die aus dem Maibaum, einem straff gespannten Band und dem Abstand zwischen Tänzern und dem Baum besteht. Eine in der Aufgabe nicht explizit gegebene Größe, wie z.B. der kürzeste Abstand von der Tanzfläche bis zum Punkt, an dem das Band vom Tänzer festgehalten wird, muss vom Problemlöser eingeschätzt werden (z.B. 1 m). Das kann u.a. durch den Vergleich mit der Körpergröße eines Menschen erfolgen. Die Mathematisierung des Realmodells (3) führt zu einem rechtwinkligen Dreieck, in dem die Hypotenusenlänge (Tanzband, 15 m) bekannt ist und eine Kathetenlänge durch die Subtraktion der Baustammlänge (8 m) und dem Abstand von der Tanzfläche bis zum Punkt, an dem das Band vom Tänzer festgehalten wird (Abstand 1 m), bestimmt werden kann. Die andere Kathete stellt die gesuchte Strecke dar. Nun können die mathematischen Operationen ausgeführt und die Länge der unbekannten Kathete mit Hilfe des Satzes des Pythagoras berechnet werden (4). Das mathematische Resultat wird in die Realität interpretiert, sinnvoll gerundet, validiert und dokumentiert (5, 6, 7) (siehe eine Beispiellösung der Aufgabe Maibaum in Abb. 2). Bei der Validierung kann z.B. der Abstand der Tänzer zum Maibaum auf dem Photo geschätzt und mit dem rechnerischen Ergebnis verglichen werden. Der Modellierungskreislauf kann ggfs. anschließend noch einmal durchlaufen werden.

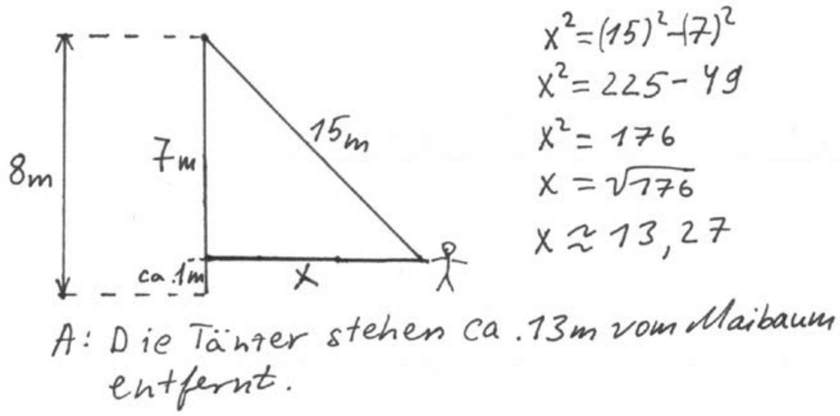

Abb. 2 Eine Lösung der Aufgabe Maibaum

Da eine der Fragestellungen dieser Arbeit sich mit dem Vergleich von Modellierungsaufgaben zu den zwei mathematischen Inhaltsbereichen befasst, wird an dieser Stelle eine weitere Beispielaufgabe abgebildet. Die Aufgabe Mr. Propper (vgl. Abb. 3) erfordert mathematisches Wissen aus dem Inhaltsbereich Lineare Funktionen. Zugleich sind für ihre erfolgreiche Bearbeitung alle im Modellierungskreislauf beschriebenen Aktivitäten notwendig. In der Aufgabe Mr. Propper ist gefragt, ob es sich lohnt, das Auto bei einer Waschbahn in unmittelbarer Nähe zu waschen, oder ob es günstiger wäre, einen weiteren Weg zu einer preiswerten Waschanlage auf sich zu nehmen. Da eine strukturell ähnliche Aufgabe (Aufgabe Tanken) von Leiss (2007) detailliert analysiert wurde, wird an dieser Stelle auf die fachdidaktische Analyse der Aufgabe Mr. Propper verzichtet.

Mr. Propper

Lutz war mit seinem Auto 3 Wochen in Schweden im Urlaub, so dass es nun sehr schmutzig ist. Er überlegt, ob er bei der Tankstelle um die Ecke für 12 € durch die Waschstraße fährt, oder ob er zum 4 km entfernten Nachbarort Hertingshausen fährt. Dort gibt es eine Waschstation, wo man für 0,5 € pro Minute sein Auto selber waschen kann.

Lohnt sich die Fahrt für Lutz nach Hertingshausen? Begründe deine Antwort.

Abb. 3 Modellierungsaufgabe zum Inhaltsbereich Lineare Funktionen

Bei der Bearbeitung von Modellierungsaufgaben zu den beiden Inhaltsbereichen erscheinen folgende Strategien nützlich (Schukajlow, im Druck):

- *Wiederholendes Lesen* kann helfen, ein adäquates Situationsmodell zu bilden und die zentrale Fragestellung zu identifizieren. Auch die Auswahl von lösungsrelevanten Informationen bei der Konstruktion des Realmodells kann durch wiederholendes Lesen unterstützt werden.
- *Unterstreichen oder Ausschreiben der Angaben*. Die Nutzung dieser Strategie ist bei der Selektion von wichtigen Informationen (Bilden eines Realmodells) angebracht. Beim erneuten Durchlesen greift der Lernende nur auf die relevanten Informationen zurück und befasst sich nicht mit unwichtigen Informationen.
- *Zeichnen einer Skizze.* Diese Organisationsstrategie kann eine Hilfe beim Bilden des Situationsmodells sowie des Realmodells sein, da sie erlaubt, Zusammenhänge zwischen gegebenen Informationen leichter zu erkennen.
- *Suchen einer Analogie* ist vor allem beim Mathematisieren und beim Mathematischen Arbeiten von Vorteil. Durch den Rückgriff auf bekannte mathematische Modelle und vertraute Lösungsverfahren kann die Bearbeitung der neuen Aufgabe besser gelingen.
- *Die Planung* des Lösungsprozesses erlaubt es, Sackgassen im Lösungsprozess zu erkennen, reduziert dadurch die Bearbeitungszeit und bewahrt vor motivationalen Rückschlägen.
- Eine *Kontrolle der Zwischen- und Endergebnisse* kann helfen, Fehler wahrzunehmen, fördert die kritische Hinterfragung einer Erstlösung und kann somit zu elaborierteren Modellierungen führen.

2.6 Zur Problematik des Wissens- und Strategietransfers beim Lösen von Modellierungsaufgaben

Für die Lösung einer unbekannten Modellierungsaufgabe sind anspruchsvolle Transferprozesse in unterschiedlichen Bearbeitungsphasen erforderlich. Die Problematik des Transfers mathematischen Wissens auf neue Kontexte wurde an einem breiten Spektrum von Textaufgaben erforscht.[3] Zusammenfassend lässt sich sagen, dass Schüler erhebliche Schwierigkeiten bei der Identifikation bekannter mathematischer Strukturen in aus dem Alltag vertrauten Kontexten haben (Reed, 1999; Silver, 1981). Strategien wie z.B. das Zeichnen von Diagrammen und Skizzen (Stern, Aprea und Ebner, 2003), Planung und Kontrolle (Schoenfeld, 1992) – insbesondere beim Lösen

---

3 Unter Textaufgaben werden dabei Aufgaben mit größeren Textanteilen und einem Realitätsbezug, also in der Begrifflichkeit von Niss, Blum und Galbraith „modeling problems“ und „word problems“ (Niss et al., 2007) verstanden.

von realitätsbezogenen Modellierungsaufgaben (Verschaffel und De Corte, 1997; Verschaffel et al., 1999) – können diesbezüglich den Lösungsprozess unterstützen (vgl. auch Bruder, 2003).
Eine wichtige Voraussetzung der erfolgreichen Strategieanwendung ist neben einem breiten Strategierepertoire und dem Wissen darüber, wie Strategien effektiv eingesetzt werden, zunächst die Aktivierung passender Strategien beim Bearbeiten einer neuen Aufgabe. Bekannt ist, dass Strategieanwendung eine fachspezifische Aktivität ist (Cascallar und Boekaerts, 2006). Die Aktivierung einer z.B. im Biologieunterricht gelernten Strategie findet bei der Bearbeitung mathematischer Probleme selten statt. Warum Strategietransfer aber auch innerhalb einer Wissensdomäne – wie z.B. Mathematik – oft scheitert, ist noch nicht endgültig geklärt. Derzeit sind vor allem zwei Erklärungen dieses Phänomens in der Diskussion (Heinze, 2007). Eine Theorie geht davon aus, dass vertraute, mehrfach geübte, wenn auch nicht optimale, Strategien lange Zeit effektiver sind, als neue Strategien (Leutner und Leopold, 2003). Deswegen transferieren Lernende selten neu erlernte Strategien auf neue Kontexte und verwenden weiter die alten Strategien. Möglich ist zudem, dass Lernende gemäß dem Prinzip kognitiver Ökonomie (Conrad, 1972) handeln und ihre kognitive Belastung reduzieren wollen, die durch die Anwendung von nicht eingeübten Strategien erhöht wurde (vgl. auch Sweller, 1994).
Die Möglichkeit des Strategietransfers zwischen unterschiedlichen Aufgaben wurde in der Geometrie von Chinnappan und Lawson (1996) und für die Arithmetik von Gamo, Sander und Richard (2010) untersucht und bestätigt. In der genannten Studie zum Strategietransfer im Bereich Geometrie wurde anhand eines Kontrollgruppendesigns der Einfluss eines Strategietrainings, das aus den Elementen *Wiederholendes Lesen*, *Planung* und *Kontrolle* bestand, auf die Testleistungen von Schülern bei der Bearbeitung von mathematischen Aufgaben untersucht. Das Strategietraining wurde dabei an trigonometrischen Aufgaben durchgeführt. Die Unterschiede im Posttest wurden aber u.a. auch bei der Bearbeitung von Aufgaben zum Satz des Pythagoras beobachtet. In der Arithmetikstudie wurden zwei Rechenstrategien an Textaufgaben trainiert und deren Übertragbarkeit auf strukturähnliche Textaufgaben empirisch bestätigt.
Eine zentrale Frage der vorliegenden Arbeit ist, welche Strategien eine Leistungssteigerung speziell bei der Lösung von Modellierungsaufgaben bewirken können. Erfolgversprechend erscheinen dabei Strategien, die im Modellierungskreislauf erfasste Aktivitäten unterstützen und deren Effektivität bzgl. mathematischer Tätigkeiten empirisch nachgewiesen wurde. Solche effektiven Strategien sind in Mathematik das Zeichnen einer Skizze (De Bock, Verschaffel und Janssens, 1998; Uesaka, Manalo und Ichikawa, 2007), die Suche nach einer Analogie (Gentner, Holyoak und Kokinov, 2001; Richland, Holyoak und Stigler, 2004) und die Planung und Kontrolle der Aufgabenbearbeitung (Chinnappan und Lawson, 1996; Pólya, 1948; Schoenfeld, 1992). Im Bereich „Lesen", der für die Bearbeitung von Modellierungsaufgaben wegen größeren Textanteile relevant erscheint (Leiss et al., 2010; Schukajlow und Leiss, 2008), gibt es Hinweise, dass das Unterstreichen/ Markieren wichtiger Angaben und wiederholendes Lesen Verstehensprozesse fördern können (Lonka, Lindblom-Ylänne und Maury, 1994). Diese Strategien können die Konstruktion des Situationsmodells und des Realmodells unterstützen und eine Grundlage für die nachfolgende Mathematisierung schaffen.

3 Forschungsfragen

Ausgehend von den genannten theoretischen Überlegungen und empirischen Ergebnissen wurden in der vorliegenden Arbeit folgende Forschungsfragen untersucht:

1. Wie häufig nutzen Lernende kognitive (Elaboration, Organisation und Wiederholung) und metakognitive (Planung und Kontrolle) Strategien beim Lösen von Modellierungsaufgaben?
2. Gibt es Unterschiede in der aufgabenbezogenen selbstberichteten Strategienutzung beim Lösen von Modellierungsaufgaben zu den Inhaltsbereichen Satz des Pythagoras und Lineare Funktionen?
3. Wie stark hängen die selbstberichteten allgemeinen und aufgabenbezogen Strategien mit den Schülerleistungen beim Lösen von Modellierungsaufgaben zusammen?
4. Inwiefern ist die Erfassung von allgemeinen und aufgabenbezogenen Strategien durch Selbstberichte im Fragebogenverfahren als adäquate Methode anzusehen?

4 Untersuchungsmethode

4.1 Stichprobe und Design

An der Untersuchung nahmen 86 Neuntklässler aus einem Gymnasium (5 Klassen) und einer Gesamtschule (3 Gymnasial- und 2 Realschulklassen) teil. In jeder Klasse hat ein Drittel der Schüler (per Zufall ausgewählt) Mathematikaufgaben gelöst und anschließend einen Fragebogen ausgefüllt. Die Probanden waren im Mittel 15,2 Jahre alt (Standardabweichung 0,43), 50% waren weiblich.
Da man nicht davon ausgehen kann, dass alle Schüler in ihrem Mathematikunterricht zumindest eine Modellierungsaufgabe gelöst haben und dementsprechend diesbezügliche Strategiefragen beantworten können, wurden die Lernenden zuerst aufgefordert, einen modellierungsbezogenen Leistungstest zu bearbeiten. Im Anschluss daran haben die Schüler einen Fragebogen zur allgemeinen sowie zur aufgabenbezogenen Lernstrategienutzung ausgefüllt. Im Fragebogenabschnitt zur aufgabenbezogener Befragung wurden Aufgaben abgebildet, die bereits im Leistungstest bearbeitet wurden. Durch die Wahl derselben Aufgaben für den Leistungstest und für die aufgabenbezogene Befragung wurde angestrebt, den Schülern die Einschätzung eigener strategischer Handlungen zu erleichtern. Die bei der aufgabenbezogenen Befragung abgebildeten Aufgaben mussten die Lernenden dabei nicht (noch ein Mal) bearbeiten.

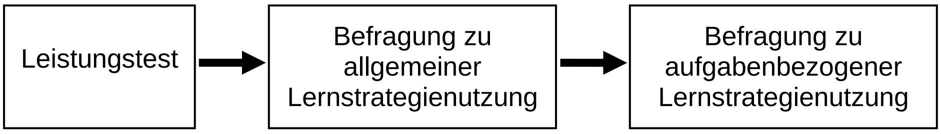

Abb. 4 Design der Studie

4.2 Modellierungstest

Zuerst haben die Schüler Modellierungsaufgaben gelöst. Der Modellierungstest enthält 6 Items zu den Inhaltsbereichen Lineare Funktionen und Satz des Pythagoras. Alle Lösungen wurden dichotom kodiert (0 eine falsche, 1 eine richtige Lösung). Die Kodieranweisungen zur Aufgabe Maibaum sind im Anhang 1 abgebildet. Die Reliabilität des Tests Cronbachs-α beträgt 0,77. Zwei Beispielaufgaben aus dem Test wurden im Abschnitt 2.5 abgebildet. Die Testergebnisse der Gesamtstichprobe wurden auf den Mittelwert 500 und die Standardabweichung 100 normiert, dabei erreichen die beiden statistischen Kennwerte für die ausgewertete Stichprobe von 86 Schülern den Mittelwert von 517 und die Standardabweichung von 106 (vgl. Tab. 2).

4.3 Befragungen

Um die aufgestellten Forschungsfragen zu untersuchen, wurde neben der Modellierungskompetenz auch die Strategienutzung der Schüler mit Hilfe von allgemeinen und aufgabenbezogenen Befragungsinstrumenten erhoben.

4.3.1 Allgemeine Lernstrategien

Die Grundlage für die allgemeine Befragung bilden die Skalen aus der schweizerisch-deutschen Videostudie (Rakoczy, Buff und Lipowsky, 2005) und der PALMA-Studie (Pekrun, Jullien, Zirngibl, Hofe und Blum, 2002), die teilweise an die Fragestellung angepasst und ergänzt wurden. Da der Begriff „Modellierungsaufgabe“ vermutlich nicht allen Schülern bekannt ist, wurden diese zu Strategien beim Lösen von „schwierigen Textaufgaben“ befragt. Die Skalen waren: Elaborationsstrategien, Organisationsstrategien, Wiederholungsstrategien, Kontrolle und Planung. Alle Skalen sind 5-stufige Likertskalen (1 „stimmt gar nicht“, 2 „stimmt kaum“, 3 „stimmt teilweise“, 4 „stimmt überwiegend“, 5 „stimmt genau“). In Tabelle 1 sind die Skalen mit Beispielitems und Skalenreliabiltitäten dargestellt.

Tab. 1 Skalen und Reliabilitäten der selbstberichteten allgemeinen Strategienutzung

Skala (Itemanzahl)	**Beispielitem**	**Cronbachs-α**
	Wenn ich eine etwas schwierige Textaufgabe löse …	
Elaboration (4 Items)	… überlege ich, wie ich bei ähnlichen Aufgaben gerechnet habe	0,70

Organisation (5 Items)	… ordne ich die Angaben aus dem Text so an, dass ich sehe, was zusammengehört	0,68
Wiederholung (6 Items)	… lese ich einige Sätze noch ein Mal	0,70
Kontrolle (8 Items)	… kontrolliere ich am Schluss, ob ich auch keinen Fehler gemacht habe	0,81
Planung (4 Items)	… mache ich mir einen Arbeitsplan	0.73

4.3.2 Aufgabenbezogene Lernstrategien

Um die Strategienutzung beim Lösen von Modellierungsaufgaben zu zwei unterschiedlichen Inhaltsbereichen erfassen und anschließend vergleichen zu können, wurden den Schülern 6 Modellierungsaufgaben aus dem von ihnen vorher bearbeiteten Leistungstest vorgelegt. Von den 6 Modellierungsaufgaben gehören 3 zum Inhaltsbereich Satz des Pythagoras und 3 zum Inhaltsbereich Lineare Funktionen. Zwei Beispielaufgaben – Maibaum und Mr. Propper – wurden im Abschnitt 2.5 vorgestellt. Jede Skala (z.B. Zeichnen einer Skizze) besteht in der aufgabenbezogenen Befragung aus drei Items, die sich jedoch nicht wie üblich durch die Aussagen unterscheiden. Stattdessen wird die gleiche Aussage (z.B. „Beim Lösen dieser Aufgabe würde ich eine Skizze zeichnen“) anhand von drei verschiedenen Modellierungsaufgaben erfasst.
Die Instruktion für die Beantwortung der Items zur Erfassung der Strategienutzung lautete: „Unten sind Aufgaben abgebildet. Lies jede Aufgabe genau durch und beantworte anschließend einige Fragen. Du musst die Aufgaben nicht lösen“. Nach jeder abgebildeten Aufgabe wurden die Schüler auf einer Likertskala mit 5 Antwortmöglichkeiten (1 stimmt gar nicht, 2 stimmt kaum, 3 stimmt teilweise, 4 stimmt überwiegend, 5 stimmt genau) gefragt, inwiefern sie den 7 Aussagen zustimmen. In der Tabelle 2 sind die Aussagen zu der jeweiligen Strategie abgebildet und die Reliabilitäten aufgeführt, die jeweils für 3 Items berechnet wurden. Unter einem Item wird in der aufgabenbezogenen Befragung eine Aufgabe mit einer der unten aufgeführten Aussagen verstanden.

Tab. 2 Skalen und Reliabilitäten der selbstberichteten aufgabenbezogenen Strategienutzung

Strategie	**Aussagen**	**Cronbachs-α SdP***	**Cronbachs-α Lineare F.***
Zeichnen einer Skizze	Beim Lösen dieser Aufgabe würde ich eine Skizze zeichnen.	0,75	0,83
Suchen einer Analogie	Beim Lösen dieser Aufgabe würde ich überlegen, wie ich bei ähnlichen Aufgaben gerechnet habe.	0,88	0,90
Wiederholendes Lesen der Aufgabe	Beim Lösen dieser Aufgabe würde ich einige Sätze noch ein Mal lesen.	0,85	0,78
Unterstreichen oder Ausschreiben der Angaben	Beim Lösen dieser Aufgabe würde ich wichtige Angaben aus dem Text unterstreichen bzw. sie ausschreiben.	0,90	0,85
Planung des Lösungsprozesses	Beim Lösen dieser Aufgabe würde ich am Anfang einen Arbeitsplan entwerfen.	0,89	0,87
Kontrolle des Zwischenergebnisses	Beim Lösen dieser Aufgabe würde ich zwischendurch kontrollieren, ob ich noch auf dem richtigen Weg bin.	0,85	0,86
Kontrolle des Endergebnisses	Beim Lösen dieser Aufgabe würde ich zum Schluss überlegen, ob das Ergebnis ungefähr passt.	0,91	0,88

* Cronbachs-α SdP und Cronbachs-α Lineare F. sind Reliabilitäten von Strateigieskalen zu Modellierungsaufgaben (Inhaltsbereiche: Satz des Pythagoras und Lineare Funktionen)

Maibaum

Jedes Jahr findet in Bad Dinkelsdorf am 1. Mai der traditionelle Tanz um den so genannten Maibaum statt, einem ca. 8 m hohen Baumstamm. Dabei halten die Tänzer Bänder in den Händen, die an der Spitze des Maibaumes befestigt sind. Mit diesen 15 m langen Bändern tanzen sie dann so um den Maibaum, dass im Verlauf des Tanzes ein schönes Muster am Stamm entsteht (auf dem Foto ist oben am Maibaum schon so ein Muster erkennbar).

Foto: http://www.behamberg.gv.at/berichte/Maibaum%202006/Segnung.htm

In welcher Entfernung vom Maibaum stehen die Tänzer zu Beginn des Tanzes (dabei sind die Bänder straff gespannt)? Beschreibe deinen Lösungsweg.

Beim Lösen dieser Aufgabe würde ich…

	stimmt gar nicht	stimmt kaum	stimmt teilweise	stimmt überwiegend	stimmt genau
1. einige Sätze noch ein Mal lesen………………………...…………	O	O	O	O	O
2. wichtige Angaben aus dem Text unterstreichen bzw. sie ausschreiben	O	O	O	O	O
3. am Anfang einen Arbeitsplan entwerfen………………………….	O	O	O	O	O
4. eine Skizze zeichnen……………………………………...……	O	O	O	O	O
5. zwischendurch kontrollieren, ob ich noch auf dem richtigen Weg bin	O	O	O	O	O
6. überlegen, wie ich bei ähnlichen Aufgaben gerechnet habe……...	O	O	O	O	O
7. zum Schluss überlegen, ob das Ergebnis ungefähr passt………...	O	O	O	O	O

Abb. 5 Ausschnitt aus einem Schülerheft zur aufgabenbezogenen Befragung

5 Ergebnisse und Diskussion

5.1 Nutzung allgemeiner Lernstrategien

Die erste Forschungsfrage der vorliegenden Studie ist, wie häufig Schüler über die Nutzung von kognitiven (Wiederholung, Organisation und Elaboration) und metakognitiven (Planung und Kontrolle) Strategien beim Lösen von Modellierungsaufgaben berichten. Der Vergleich der Mittelwerte in Tabelle 3 zeigt, dass Schüler wesentlich seltener ihren Lösungsprozess bewusst planen, als andere Strategien nutzen. Zwischen den Werten der Skala Planung und der nächst häufigen Strategie (Organisation) besteht ein signifikanter Unterschied ($t(85)=6{,}99$ $p<0{,}001$, Effektgröße Cohens-$d=0{,}74$). Die Organisation, Elaboration, Wiederholung und Kontrolle kommen hingegen gemäß der Selbstberichte der Probanden relativ häufig zur Anwendung (siehe Tab. 3).
Eine seltene Planung beim Lösen der Modellierungsaufgaben kann durch eine Konzentration auf die kognitiven Bearbeitungsstrategien und auf die Kontrolle der Ergebnisse im Unterricht erklärt

werden. Die Planungsprozesse werden im Unterschied zu den anderen Strategien von Lehrpersonen vermutlich eher selten explizit angesprochen und geübt. Es gibt zudem Hinweise, dass Unterrichtaufgaben selten mehrschrittig sind und dadurch oft keine Planungsaktivitäten von Lernenden erfordern (Jordan et al., 2008). Eine niedrige Ausprägung der selbstberichteten Nutzung der Planung dürfte zudem durch die Schwierigkeit bei der Wahrnehmung dieser Strategie verursacht werden.

Tab. 3 Mittelwerte und Standardabweichungen zu allgemeinen Lernstrategien und im Modellierungstest

	M	**SD**
Organisationsstrategien	3,17	0,80
Elaborationsstrategien	3,44	0,90
Wiederholungsstrategien	3,30	0,81
Planungsstrategien	2,58	0,85
Kontrollstrategien	3,25	0,80
Modellierungstest	517	106

5.2 Inhaltsbereichsspezifität von Strategien

Nun soll geklärt werden, welche Unterschiede es in der Strategienanwendung zwischen den Inhaltsbereichen Satz des Pythagoras und Lineare Funktionen gibt. Im Modellierungstest haben die im Fragebogen abgebildeten Aufgaben zum Inhaltsbereich Satz des Pythagoras 50%, 61% und 66% und zum Inhaltsbereich Lineare Funktionen 27%, 13% und 66% aller Schüler richtig gelöst.[4] Zur Überprüfung dieser Forschungsfrage wurden insgesamt sieben T-Tests durchgeführt, in denen die jeweiligen Strategien – z.B. Analogiesuche beim Lösen einer Aufgabe – zum Inhaltsbereich Satz des Pythagoras mit den entsprechenden Strategien zum Inhaltsbereich Lineare Funktionen verglichen wurden. Um der Kumulierung von Alpha-Fehlern durch den paarweisen Vergleich der T-Tests entgegenzuwirken, wurde das angenommene Signifikanzniveau von 0,05 gemäß der Bonferroni-Methode korrigiert und auf das Niveau von 0,007 herabgesetzt (vgl. Bortz, 2005). Unter diesen Bedingungen sind nur die Unterschiede in der Häufigkeit der Anwendung von Strategien *Zeichnen einer Skizze* und *Suche einer Analogie* signifikant und weisen einen großen bzw. kleinen Effekt auf (Skizze: $p<0,001$, Cohens-d=0,89; Analogie: $p=0,001$, Cohens-d=0,37). Somit würden die Schüler beim Lösen einer Aufgabe zum Themengebiet Satz des Pythagoras Skizze deutlich häufiger zeichnen und sich häufiger an eine ähnliche Aufgabe erinnern. Alle anderen Strategien zeigen keine Inhaltsbereichsspezifität bei ihrer Anwendung (vgl. Tab. 4).

Tab. 4 Mittelwerte und Standardabweichungen zu den selbstberichteten aufgabenbezogenen Lernstrategien (Inhaltsbereiche Satz des Pythagoras und Lineare Funktionen)

Strategie	**Inhaltsbereich**	**M**	**SD**	***t* (*df*=83)**	***p***
Zeichnen einer Skizze	Pythagoras	3,38	0,80	8,19	<0,001*
	Lineare F.	2,03	1,29		
Suche einer Analogie	Pythagoras	3,57	1.22	3,316	0,001*
	Lineare F.	3,33	1,25		
Wiederholendes Lesen der Aufgabe	Pythagoras	3,01	1,31	-2,51	0,014
	Lineare F.	3,21	1,23		
Unterstreichen oder Ausschreiben der Angaben	Pythagoras	2,52	1,33	1,60	0,113
	Lineare F.	2,39	1,20		
Planung des Lösungsprozesses	Pythagoras	1,89	1,11	0,25	0,840
	Lineare F.	1,87	1,08		
Kontrolle des Zwischenergebnisses	Pythagoras	3,18	1,20	2,04	0,045
	Lineare F.	3,01	1,22		
Kontrolle des Endergebnisses	Pythagoras	3,90	1,16	0,20	0,846
	Lineare F.	3,86	1,16		

* Differenzen in der Häufigkeit der selbstberichteten aufgabenbezogenen Strategieanwendung, die nach Bonferroni-Korrektur (α=0,007) signifikant sind.

[4] Es hat sich nach der Untersuchung herausgestellt, dass die Modellierungsaufgaben zu den beiden Inhaltsbereichen verschiedene Lösungshäufigkeiten aufweisen. Aus diesem Grund kann die Strategienutzung durch diese Aufgaben unterschiedlich stark herausgefordert werden. Bei den künftigen Untersuchungen sollen solche Aufgaben ausgewählt werden, die eine vergleichbare Schwierigkeit haben.

Die Differenzen in der Strategienutzung beim Zeichnen einer Skizze können, wie im vorherigen Abschnitt, u.a. auf die curricularen Effekte zurückgeführt werden. Während eine Skizze beim Lösen der Aufgaben zum Inhaltsbereich Satz des Pythagoras bzw. in der Geometrie zu einer Standardstrategie gehört, wird sie beim Bearbeiten von den Aufgaben ohne geometrische Struktur im Unterricht vermutlich seltener praktiziert.
Fehlende Unterschiede in der Strategienutzung bei den metakognitiven Strategien sowie beim wiederholtem Lesen und Unterstreichen der Angaben deuten darauf hin, dass die Häufigkeit ihrer Anwendung durch andere Faktoren determiniert wird und der Inhaltsbereich eine eher untergeordnete Rolle bei der Strategieauswahl spielt. Solche Faktoren können u.a. die Länge und Komplexität der angebotenen Aufgabestellung, die Anzahl von überflüssigen Angaben oder die Mehrschrittigkeit der Aufgaben sein.
Warum sich für die Suche einer Analogie ebenfalls Unterschiede zwischen den Inhaltsbereichen zeigen, kann an dieser Stelle nicht endgültig geklärt werden. Eine Vermutung zu den Gründen der unterschiedlichen Nutzung dieser Strategie liegt in verschiedenen Lösungsmustern, die beim Bearbeiten der Modellierungsaufgaben zum Inhaltsbereich Satz des Pythagoras und zu den Linearen Funktionen erstellt werden. Beim Lösen einer Aufgabe zum Satz des Pythagoras wird oft ein rechtwinkliges Dreieck im Bild identifiziert bzw. gezeichnet und die Gleichung aufgeschrieben. Dieses wiederholende Muster ist für Lernenden offensichtlich einprägsam und wird leichter bei der Bearbeitung einer neuen Aufgabe aktiviert als eine Lösung zu einer Aufgabe zum Inhaltsbereich Lineare Funktionen. Die Aufgaben zu dem Inhaltsbereich Lineare Funktionen werden im Unterricht mit unterschiedlichen Verfahren (z.B. Tabelle, Gleichungssystem, graphische Lösung) bearbeitet. Dadurch denken Lernende evtl. seltener an ein festes Lösungsbeispiel bei der Aufgabenbearbeitung von Modellierungsaufgaben zu diesem Inhaltsbereich.
Mit Hilfe der aufgabenbezogenen Befragung ist es möglich, die Antwort auf die erste Forschungsfrage zur Häufigkeit der Planung bei der Lösung von Modellierungsaufgaben zu validieren. Der Mittelwertvergleich in der Tabelle 4 zeigt, dass Schüler über die Nutzung der Planung des Lösungsprozesses seltener als über die Anwendung anderer Strategien berichten. Dieses Ergebnis betrifft das Strategieverhalten beim Lösen der Modellierungsaufgaben zu den beiden untersuchten mathematischen Inhaltsbereichen. Beim Inhaltsbereich Satz des Pythagoras sind die Unterschiede zwischen der Planung und der nächst häufigen Strategie – Unterstreichen oder Ausschreiben der Angaben – hoch signifikant ($t(83)=4{,}7$, $p<0.000$, Cohens-$d=0{,}57$). Auch bei den Modellierungsaufgaben zum Thema Lineare Funktionen wurde die Planung gemäß den Schülerangaben seltener als andere Strategien genutzt. Allerdings ist der Unterschied zwischen der Nutzung der Planungsstrategie und der nächsthäufigen Strategie – Zeichnen einer Skizze – nicht auf dem 5%-Niveau signifikant ($t(83)=1{,}46$, $p=0{,}147$, Cohens-$d=0{,}15$). Der Grund für dieses nicht signifikante Ergebnis ist eine seltene Nutzung der Skizze beim Bearbeiten von Aufgaben zum Inhaltsbereich Lineare Funktionen. Auch wenn die Skalen der allgemeinen und aufgabenbezogenen Befragungen nicht direkt mit einander verglichen werden können, unterstützt dieser Befund die Ergebnisse der allgemeinen Lernstrategiebefragung.

5.3 Selbstberichtete Lernstrategien und Schülerleistungen

Die nächste Frage lautet, wie stark die selbstberichtete allgemeine Strategieanwendung mit den Schülerleistungen zusammenhängt. Die Analyse von Korrelationen beider Merkmale zeigt ein einheitliches Bild (vgl. Tab.5 und Tab. 6).

Tab. 5 Korrelationen zwischen der selbstberichteten Strategienutzung und Schülerleistungen im Modellierungstest

		Org*	**El**	**Wied**	**Pl**	**Kontr**
Modellierungstest	*r**	0,01	-0,06	0,06	0,07	-0,03
	p	(0,90)	(0,56)	(0,58)	(0,51)	(0,78)

* *r* – Pearson Korrelation, *p* – Signifikanzniveau, Org – Organisation, El – Elaboration, Wied – Wiederholung, Pl – Planung, Kontr – Kontrolle

Keine der selbstberichteten Lernstrategiegruppen hängt statistisch mit den Schülerleistungen zusammen. Das bedeutet, dass sich leistungsstärkere und leistungsschwächere Schüler in ihrer selbstberichteten Nutzung von untersuchten allgemeinen kognitiven und metakognitiven Strategien kaum unterscheiden.
Auch die aufgabenbezogene Strategienutzung korreliert nicht mit den Leistungen (vgl. Tab. 6).

Tab. 6 Korrelationen zeischen der selbstberichteter aufgabenbezogener Strategienutzung und Schülerleistungen im Modellierungstest

		Skizze	Analogie	Wied. Lesen	Unterstr	Planung	Kontr. ZwErg	Kontr. Enderg
Modellierungs-test	*r** *p*	-0,06 (0,60)	-0,02 (0,85)	0,01 (0,97)	-0,17 (0,38)	-0,10 (0,35)	-0,07 (0,52)	0,13 (0,22)

* *r* – Pearson Korrelation, *p* – Signifikanzniveau.

Im Anhang 2 ist zusätzlich eine Korrelationstabelle abgebildet, in der die Modellierungsleistungen und die aufgabenbezogene Strategien getrennt nach beiden Inhaltsbereichen betrachtet werden. Keine der Korrelationen zwischen den selbstberichteten Strategien und den Leistungen ist auf dem 5% Niveau signifikant.

Die niedrigen Korrelationen zwischen Strategien und Schülerleistungen im Test können auf zwei verschiedenen Weisen erklärt werden. Zum einen ist es möglich, dass die Rolle der Strategien beim Bearbeiten von Modellierungsaufgaben überbewertet wird. Es ist denkbar, dass Schülern vor allem Wissen und Kompetenzen bei der Entwicklung einer Lösung fehlen und nicht die Strategien. Zum anderen kann diese Ergebnisse mit der eingeschränkten Aussagekraft von selbstberichteten Strategien erklärt werden: Bei der Anwendung von Erhebungsmethoden, in denen die Strategien genannt werden, erscheinen den Schülern viele Strategien hilfreich. Ob sie diese Strategien beim Bearbeiten der angebotenen Aufgabe jedoch tatsächlich anwenden und inwiefern sie das effektiv tun, kann mit dieser Art von Messinstrumenten nicht geklärt werden. Diese Vermutung wird durch die Ergebnisse anderer Studien unterstützt. So bereichten zwar mehrere Schüler in Interviews zu ihrer Aufgabenbearbeitung, dass sie einen Arbeitsplan entworfen haben. Bei der Nachfrage hierzu erklären sie nur selten, wie sie das gemacht haben (Stillman und Galbraith, 1998).

5.4 Erfassung von Strategien mit Hilfe von Fragebögen

Der letzte Abschnitt bezieht sich auf die messtheoretische Fragestellung: Welchen Ertrag bringt die Erfassung von allgemeinen und aufgabenbezogenen Strategien durch Selbstberichte im Fragebogenverfahren? In der vorliegenden Studie wurden die allgemeinen Strategien mit Hilfe von mehrfach erprobten Messinstrumenten zur Erfassung von kognitiven und metakognitiven Strategien erhoben, die fachdidaktisch adaptiert wurden. Zugleich wurde eine neue noch wenig verbreitete Art der Befragung entwickelt und eingesetzt, in der Schüler zu ihren möglichen Strategien bei der Bearbeitung von konkreten Aufgaben gefragt wurden. Die Ergebnisse sind aus unserer Sicht sind als gemischt einzuschätzen. Ein wichtiges Ergebnis der Studie sind die befriedigenden bis sehr guten Reliabilitäten, die auf stabiles Antwortverhalten der Probanden bei der jeweiligen Skala hindeuten. Ein interessantes Ergebnis ist zudem, dass die Ergebnisse der allgemeinen und der aufgabenbezogenen Befragung in die ähnliche Richtung zeigen: die Lernenden berichten relativ häufig über den Einsatz von Strategien bei der Bearbeitung von Modellierungsaufgaben. Dies könnte auf die Überschätzung des Strategieeinsatzes hinweisen, da ein bekanntes Defizit – die Vorformulierung der Strategie – bei diesem Erhebungsinstrument nicht zu vermeiden ist. Die Ergebnisse der aufgabenbezogenen Befragung könnten jedoch auch durch den unmittelbar vorausgehenden Einsatz einer allgemeinen Strategiebefragung verzerrt worden sein.

Als eher enttäuschende Resultate sind auf den ersten Blick die sehr niedrigen Korrelationen von aufgabenbezogenen Strategien mit den Leistungen zu bewerten. Da die gleichen Aufgaben von den Probanden im Test vorher bearbeitet wurden, gab es eine solche Annäherung des Tests an die Strategiebefragung in den uns bekannten Studien bisher nur selten. Daher stellt sich eine berechtigte Frage, inwieweit die Strategien in dem vorliegenden Test und allgemeiner im Unterricht eine leistungsdeterminierende Rolle spielen.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Im vorliegenden Beitrag wurde die Nutzung von kognitiven und metakognitiven Strategien beim Bearbeiten von Modellierungsaufgaben mit Hilfe von zwei Befragungsinstrumenten untersucht und im Zusammenhang mit Schülerleistungen betrachtet. Als eine Grenze der Studie soll schon am Anfang dieses Abschnitts die Vernachlässigung von Klasseneffekten genannt werden, die durch Verklumpung der Stichprobe entstehen kann und für alle hier berichteten Korrelationen gilt. Da die berichteten Ergebnisse statistisch sehr signifikant bis hoch signifikant sind, werden diese durch die genannte Einschränkung ggf. nur unwesentlich betroffen.

Ein wesentliches Ergebnis der Studie ist, dass die *Planung des Lösungsprozesses* selten von Schülern als eine relevante Lernstrategie angesehen wird. Ähnliche Ergebnisse bzgl. der *Planung* zeigte eine Fallstudie von Stillman und Galbraith (Stillman und Galbraith, 1998), in der lediglich die Hälfte der Schüler diese Strategie im Interview thematisiert hat. Eine Erklärung dieses Phänomens kann ein automatisierter Gebrauch der Planung sein, der die Wahrnehmung dieser metakognitiven Strategie durch die Schüler erschwert. Zudem ist es möglich, dass die Planung des Lösungsprozesses im Unterricht selten offen gelegt wird. Da die Wirksamkeit dieser Strategie in Kombination mit anderen Strategien in verschiedenen Untersuchungen gezeigt wurde (u. a. Chinnappan und Lawson, 1996; Schoenfeld, 1992), sollte die Planung im Unterricht vermutlich mehr Beachtung finden. Eine noch wenig beforschte Forschungsfrage bleibt die Untersuchung der kausalen Wirkungen des Entwerfens eines Plans auf die Schülerleistungen. In den meisten Interventionsstudien wurde die Planung zusammen mit anderen Strategien wie z.B. wiederholtes Lesen (Chinnappan und Lawson, 1996) oder Kotrollstrategien (Kramarski, Mevarech und Arami, 2002) untersucht. Daher kann aus diesen Studien keine direkten Folgerungen über die unmittelbare Wirkung einzelner Strategien gezogen werden.

Die Untersuchung der Zusammenhänge zwischen Schülerleistungen im Modellierungstest mit der selbstberichteten Nutzung unterschiedlicher Lernstrategien weist in der vorliegenden Stichprobe auf die Unabhängigkeit beider Konstrukte hin. Dieser Befund steht nicht allein in der Forschung zu Lernstrategien (vgl. Punkt 0) und kann u.a. auf die eingeschränkte Validität von Selbsteinschätzungen strategischen Verhaltens hindeuten. Eine andere Ursache kann aber auch die nur bedingte Nützlichkeit von diesen Strategien bei der Bearbeitung von den Testaufgaben durch die Schüler sein.

Ein heterogenes Bild ergibt sich bei der Analyse der Bereichsspezifität der untersuchten Lernstrategien. Das Zeichnen einer Skizze findet gemäß der Schülerangaben deutlich häufiger Beachtung beim Bearbeiten von Modellierungsaufgaben zum Inhaltsbereich Satz des Pythagoras statt. Dies kann darauf hinweisen, dass die Nutzung dieser Strategie beim Bearbeiten der Aufgaben mit den geometrischen Strukturen von Schülern als besonders wirksam angesehen wird. Die Übertragung dieser Strategie auf andere mathematische Inhaltsbereiche wie z.B. Lineare Funktionen findet selten statt.

Ähnliche Ergebnisse zeichnen sich beim selbstberichteten Gebrauch der Strategie *Suche einer Analogie* an. Auch hier berichten die Schüler über eine häufigere Nutzung dieser Strategie beim Bearbeiten der Aufgaben zum Inhaltsbereich Satz des Pythagoras. Diese Ergebnisse können mit der Verwendung eines ähnlichen Lösungsmusters beim Bearbeiten von Aufgaben zum Satz des Pythagoras zusammenhängen, wohingegen die Aufgaben zum Inhaltsbereich Lineare Funktionen auf verschiedene Weisen gelöst werden und keinen relativ klaren, z.T. algorithmischen „Musterlösungsweg“ wie Pythagoras-Aufgaben besitzen. Die Ursachen der Bereichspezifität der Nutzung beider Strategien können aber auch in der durch Schüler subjektiv empfundenen Wirksamkeit dieser Strategien liegen. Zudem dürfte die Strategie Zeichnen einer Skizze vorwiegend an geometrischen Kontexten von den Lehrpersonen präsentiert und eingeübt werden, da die Skizze zu einem typischen Lösungsweg bei der Bearbeitung von geometrischen Aufgaben gehört. Folglich bleibt diese Strategie bei Lernenden an die geometrischen Kontexte gebunden. Die Strategien Wiederholendes Lesen der Aufgabe, Unterstreichen oder Ausschreiben (Notieren) der Angaben sowie Kontrolle von Zwischenergebnissen und des Endergebnisses würden die Schüler gleich oft beim Lösen von Modellierungsaufgaben zu beiden Inhaltsbereichen anwenden. Dies kann u.a. auch darauf hinweisen, dass diese Strategien im Unterricht weitestgehend unabhängig von den mathematischen Inhalten genutzt werden. Eine wichtige weiterführende Forschungsfrage ist es, den Zusammenhang zwischen den einzelnen Aktivitäten bei Bearbeitung der Modellierungsaufgaben und den Strategien zu untersuchen, also z.B. die Frage, bei welchen Modellierungsschritten die Nutzung von Kontrollstrategien besonders hilfreich ist. Eine weitere Frage, die aufgrund der kleinen Anzahl an verwendeten Aufgaben im Rahmen dieser Studie nicht geklärt werden konnte, ist die Untersuchung von Zusammenhängen zwischen spezifischen Aufgabeneigenschaften wie Anzahl der Lösungsschritte, Aufgabenschwierigkeit etc. und Strategienutzung.

An dieser Stelle ist die Bedeutung der aufgabenbezogenen Messinstrumente hervorzuheben, die bisher nur selten bei den Befragungen ihre Anwendung finden. Durch den Einsatz solcher Instrumente ist es möglich, den Untersuchungsgegenstand besser zu konkretisieren. Zugleich erlaubt dies die Untersuchung von fachdidaktischen Fragestellungen, wie der im Rahmen der vorliegenden Studie vorgenommene Vergleich selbstberichteter Strategiennutzung in Abhängigkeit vom Inhaltsbereich. Die Verwendung aufgabenbezogener Instrumente muss sich nicht auf den kognitiven Bereich beschränken. Auch die Einstellungen und Überzeugungen der Lernenden zu Mathematik können mit diesen Befragungen untersucht werden.

Für die weiteren fachdidaktischen Forschungen ist eine Replizierung der vorliegenden Befunde unabdingbar. Diese kann durch den Einsatz unterschiedlicher Erhebungsinstrumente wie z.B. die Erfassung von Strategiewissen mit Hilfe von Lernszenarien (Schlagmüller und Schneider, 1999), Beurteilung einzelner Schülerstrategien mit Hilfe von Fremdeinschätzungen ihrer Lösungen (De Bock et al., 1998) oder Beobachtungen des Strategieverhaltens während des Lösungsprozesses (Schukajlow, im Druck) sowie den Einsatz von anderen Selbstberichtverfahren (lautes Denken, Lerntagebücher und Interviews) stattfinden. Zur Klärung der Ursachen von Schülereinschätzungen der Strategienutzung kann eine ergänzende Erfassung lernstrategischer Schwerpunkte im Unterricht beitragen.

Literatur

Artelt, C. (2000). *Strategisches Lernen*. Berlin: Waxmann.

Betts, N. E. & Hackett, G. (1983). The relationship of mathematics self-efficacy expectations to the selection of science-based college majors. *Journal of Vocational Behavior, 23*(3), 329-345.

Blum, W. (2007). Mathematisches Modellieren – zu schwer für Schüler und Lehrer? *Beiträge zum Mathematikunterricht* (S. 3-12). Hildesheim: Franzbecker.

Blum, W. & Leiss, D. (2007). How do students and teachers deal with mathematical modelling problems? The example Sugaloaf and the DISUM project. In C. Haines, P. L. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Hrsg.), *Mathematical Modelling (ICTMA12). Education, Engineering and Economics* (S. 222-231) Chichester: Horwood.

Borromeo Ferri, R. (2007). Individual modelling routes of pupils – Analysis of modelling problems in mathematical lessons from a cognitive perspective. In C. Haines (Hrsg.), *Mathematical Modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics* (S. 260-270). Chichester: Horwood Publishing.

Bortz, J. (2005). *Statistik für Human- und Sozialwissenschaftler* (6 Aufl.). Berlin u.a.: Springer.

Bruder, R. (2003). *Methoden und Techniken des Problemlösenlernens. Material im Rahmen des BLK-Programms „SINUS“ zur „Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts“*. Kiel: IPN.

Cascallar, E. & Boekaerts, M. (2006). Assessment in the evaluation of self-regulation as a process. *Educational Psychology Review, 18*(3), 297-306.

Chinnappan, M. & Lawson, M. J. (1996). The Effects of training in the use of executive strategies in geometry problem solving. *Learning and Instruction, 6*(1), 1-17.

Conrad, C. (1972). Cognitive economy in semantic memory. *Journal of Experimental Psychology*, *92*(2), 145-155.

De Bock, D., Verschaffel, L. & Janssens, D. (1998). The predominance of the linear model in secondary school students’ solutions of word problems involving length and area of similar plane figures. *Educational Studies in Mathematics, 35*(1), 65-83.

De Corte, E., Verschaffel, L. & O’pt Eynde, P. (2000). Self-regulation: A characteristic and a goal of mathematics education. In M. Boekaerts, P. R. Pintrich & M. Zeidner (Hrsg.), *Handbook of Self-Regulation* (S. 681-726). San Diego: Academic Press.

Dresel, M. & Haugwitz, M. (2005). The relationship between cognitive abilities and self-regulated learning: evidence for interactions with academic self-concept and gender. *High Ability Studies, 16*(2), 201-218.

Friedrich, H. F. & Mandl, H. (2006). Lernstrategien: Zur Strukturierung des Forschungsfeldes. In H. Mandl & H. F. Friedrich (Hrsg.), *Handbuch Lernstrategien* (S. 1-23). Göttingen: Hogrefe.

Galbraith, P. L. & Stillman, G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. *ZDM, 38*(2), 143-162.

Gamo, S., Sander, E. & Richard, J.-F. (2010). Transfer of strategy use by semantic recoding in arithmetic problem solving. *Learning and Instruction, 20*(5), 400-410.

Gentner, D., Holyoak, K. J. & Kokinov, B. (2001). *The analogical mind: Perspectives from cognitive science*. Cambridge, MA: MIT Press.

Greer, B. & Verschaffel, L. (2007). Characterizing modeling competencies. In W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn & M. Niss (Hrsg.), *Applications and modelling in mathematics education: the 14th ICMI Study* (S. 219–224). New York: Springer.

Heinze, A. (2007). Problemlösen im mathematischen und außermathematischen Kontext. Modelle und Unterrichtskonzepte aus kognitions-psychologischer Perspektive. *Journal für Mathematik-Didaktik, 28*(1), 3-30.

Hembree, R. (1992). Experiments and relational studies in problem solving: A meta-analysis. *Journal for Research in Mathematics Education, 23*(3), 242-273.

Jordan, A., Krauss, S., Löwen, K., Blum, W., Neubrand, M., Brunner, M. et al. (2008). Aufgaben im COACTIV-Projekt: Zeugnisse des kognitiven Aktivierungspotentials im deutschen Mathematikunterricht. *Journal für Mathematik-Didaktik, 29*(2), 83-107.

Kirby, J. (1988). Style, strategy and skill in reading. In R. R. Schmeck (Hrsg.), *Learning strategies and learning styles* (S. 230-274). New York: Plenum.

Kramarski, B., Mevarech, Z. R. & Arami, M. (2002). The effects of metacognitive instruction on solving mathematical authentic tasks. *Educational Studies in Mathematics, 49*(2), 225-250.

Krapp, A. (1993). Lernstrategien: Konzepten, Methoden und Befunde. *Unterrichtswissenschaft, 21*(4), 291-311.

Leiss, D. (2007). *„Hilf mir es selbst zu tun". Lehrerinterventionen beim mathematischen Modellieren*. Hildesheim: Franzbecker.

Leiss, D., Bürgermeister, A., Harks, B., Klieme, E., Rakoczy, K. & Blum, W. (2009). Consequences of classroom assessment - Vorstellung des Projekts CoCa. *Beiträge zum Mathematikunterricht 2009* (S. 283-286). Münster: WTM Verlag.

Leiss, D., Schukajlow, S., Blum, W., Messner, R. & Pekrun, R. (2010). The role of the situation model in mathematical modelling – task analyses, student competencies, and teacher interventions. *Journal für Mathematik-Didaktik, 31*(1), 119-141.

Leutner, D. & Leopold, C. (2003). Selbstreguliertes Lernen als Selbstregulation von Lernstrategien. Ein Trainingsexperiment mit Berufstätigen zum Lernen aus Sachtexten. *Unterrichtswissenschaft, 31*(1), 38-56.

Lipowsky, F., Rakoczy, K., Klieme, E., Reusser, K. & Pauli, C. (2005). Unterrichtsqualität im Schnittpunkt unterschiedlicher Perspektiven. In H. G. Holtappels & K. Höhmann (Hrsg.), *Schulentwicklung und Schulwirksamkeit* (S. 223–239). München: Juventa Verlag Weinheim.

Lonka, K., Lindblom-Ylänne, S. & Maury, S. (1994). The effect of study strategies on learning from text. *Learning and Instruction, 4*(3), 253-271.

Miller, G. A., Galanter, E. & Pribram, K. H. (1973). *Strategien des Handelns. Pläne und Strukturen des Verhaltens*. Stuttgart: Klett.

Newell, A. & Simon, H. A. (1972). *Human problem solving*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

Niss, M., Blum, W. & Galbraith, P. L. (2007). Introduction. In W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn & M. Niss (Hrsg.), *Modelling and Applications in Mathematics Education: the 14th ICMI Study* (S. 1-32). New York: Springer.

Pekrun, R., Jullien, S., Zirngibl, A., Hofe, R. v. & Blum, W. (2002). *Skalenhandbuch PALMA 1. Messzeitpunkt (5. Klassenstufe)*. München: Institut Pädagogischer Psychologie.

Pintrich, P. R. (1999). The role of motivation in promoting and sustaining self-regulated learning. *International Journal of Educational Research, 31*(6), 459-470.

Pintrich, P. R. & Garcia, T. (1994). Self-regulated learning in college students: Knowledge, strategies and motivation. In P. R. Pintrich, D. Brown & C. E. Weinstein (Hrsg.), *Student motivation, cognition and learning* (S. 113-133). Hillsdale: Erlbaum.

Pollak, H. (1979). The interaction between mathematics and other school subjects. In UNESCO (Hrsg.), *New trends in mathematics teaching IV* (S. 232-248). Paris.

Pólya, G. (1948). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton, N.J.: Princeton University Press.

Rakoczy, K., Buff, A. & Lipowsky, F. (2005). *Dokumentation der Erhebungs- und Auswertungsinstrumente zur schweizerisch-deutschen Videostudie "Unterrichtsqualität, Lernverhalten und mathematisches Verständnis". Befragungsinstrumente. Teil 1*. Frankfurt am Main: DIPF.

Reed, S. K. (1999). *Word problems research and curriculum reform*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Richland, L. E., Holyoak, K. J. & Stigler, J. W. (2004). Analogy use in eighth-grade mathematics classrooms. *Cognition and Instruction, 22*(1), 37-60.

Schlagmüller, M. & Schneider, W. (1999). *Metacognitive knowledge about text processing: A questionnaire*. Unpublisched manuskript, University of Würzburg, Würzburg.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Hg.), *Handbook of research on mathamatics teaching and learning* (S. 334-370). NY: Macmillan Publishing Company.

Schukajlow, S. (im Druck). *Mathematisches Modellieren. Schwierigkeiten und Strategien von Lernenden als Bausteine einer lernprozessorientierten Didaktik der neuen Aufgabenkultur*. Münster u.a.: Waxmann.

Schukajlow, S., Blum, W., Messner, R., Pekrun, R., Leiss, D. & Müller, M. (2009). Unterrichtsformen, Emotionen und Anstrengung als Prädiktoren von Schüler-Leistungen bei anspruchsvollen mathematischen Modellierungsaufgaben. *Unterrichtswissenschaft, 37*(2), 164-186.

Schukajlow, S. & Leiss, D. (2008). Textverstehen als Voraussetzung für erfolgreiches mathematisches Modellieren – Ergebnisse aus dem DISUM-Projekt. *Beiträge zum Mathematikunterricht 2008* (S. 95-98). Münster: WTM Verlag.

Silver, E. A. (1981). Recall of mathematical problem information: solving related problems. *Journal of Research in Mathematics Education, 12*(1), 54-64.

Spörer, N. & Brunstein, J. C. (2006). Erfassung selbstregulierten Lernens mit Selbstberichtsverfahren: Ein Überblick zum Stand der Forschung. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 20*(3), 147-160.

Stebler, R. & Reusser, K. (1997). *Self-reported strategy use - How do secondary school students prepare for mathematics assessments?* Paper presented at the 7th European Conference for Research on Learning and Instruction (EARLI), Athen, Griechenland.

Stern, E., Aprea, C. & Ebner, H. G. (2003). Improving cross-content transfer in text processing by means of active graphical representation. *Learning and Instruction, 13*(2), 191-203.

Stillman, G. A. & Galbraith, P. L. (1998). Applying mathematics with real world connections: metacognitive characteristics of secondary students. *Educational Studies in Mathematics, 36*(2), 157-195

Sweller, J. (1994). Cognitive load theory, learning difficulty, and instructional design. *Learning and Instruction, 4*(4), 295-312.

Treilibs, V. (1979). *Formulation processes in mathematical modelling*. Nottingham: Shell Centre for Mathematical Education, University of Nottingham.

Uesaka, Y., Manalo, E. & Ichikawa, S. (2007). What kinds of perceptions and daily learning behaviours promote students' use of diagrams in mathematics problem solving? *Learning and Instruction, 17*(3), 322-335.

Verschaffel, L. & De Corte, E. (1997). Teaching realistic mathematical modeling in the elementary school: A teaching experiment with fifth graders. *Journal for Research in Mathematics Education, 28*(5), 577-601.

Verschaffel, L., De Corte, E., Lasure, S., Vaerenbergh, G. V., Bogaerts, H. & Ratinckx, E. (1999). Learning to solve mathematical application problems: A design experiment with fifth graders. *Mathematical Thinking and Learning, 1*(3), 195-229.

Verschaffel, L., Greer, B. & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse: Swets and Zeitlinger.

Weinstein, C. E., Husman, J. & Dierking, D. R. (2000). Self-regulation interventions with a focus on learning strategies. In M. Boekaerts, P. R. Pintrich & M. Zeidner (Hgs.), *Handbook Self-Regulation* (S. 728-747). San Diego: Academic press.

Weinstein, C. E. & Mayer, R. E. (1986). The teaching of learning strategies. In M. C. Wittrock (Hrsg.), *Handbook of Research on Teaching* (3. Aufl.)(S. 315-327). New York/ London: Collier-Macmillan.

Zimmerman, B. J. (2002). Becoming a self-regulated learner: An overview. *Theory into Practice, 41*(2), 61-70.

Anhang 1

Kodieranweisungen zur Aufgabe „Maibaum“

Code 1	Genaues Ergebnis bei Vernachlässigung der Höhe der baumstammfernen Bandenden: 12,6885… m Variante 1: „Annahme, dass die Bänder nicht in der Luft gehalten werden, sondern auf dem Boden liegen“. Korrektes Ergebnis [12m;13m] Variante 2: „Verfeinertes Modell (Bänder werden in etwa 1m Höhe gehalten). Korrektes Ergebnis [13m;13,50m] und Berücksichtigung der Höhe der gehaltenen Bänder Duldung des fehlenden Lösungsweges: Auch wenn die Aufgabenstellung vom Schüler die Darlegung des Lösungsweges fordert, so wird trotzdem der Code 1 vergeben, sobald das richtige (Rechen-) Ergebnis vorhanden ist. Duldung innermathematischer Rechenfehler: Eine vom korrekten

	Ergebnis abweichende Lösung wird – sofern die Angaben des Schülers dies erkennen lassen – trotzdem mit dem Code 1 kodiert, wenn die folgenden Bedingungen *alle* erfüllt sind: - es sind lediglich kleinere Fehler beim innermathematischen Arbeiten („kalkülorientiertes Rechnen“) für die Abweichungen verantwortlich, - das richtige mathematische Modell wurde aufgestellt, - es sind keine grundsätzlichen (mathematischen) Verfahrensfehler enthalten und - das erhaltene Ergebnis hat dieselbe Dimension wie das korrekte Ergebnis. Dieselbe Dimension bedeutet hier: [5m; 15m]. Duldung des fehlenden Antwortsatzes: Auch wenn die Aufgabenstellung vom Schüler eine Antwort fordert, so wird trotzdem der Code 1 vergeben, sobald lediglich das richtige (Rechen-)Ergebnis vorhanden ist.
Code 0	Andere Antworten.

Anhang 2

Korrelationstabelle zum Zusammenhang zwischen den Modellierungstests zu Inhaltsbereichen Satz des Pythagoras und Lineare Funktionen und aufgabenbezogenen Strategien zu diesen Inhaltsbereichen

		Modellierungstest (Lineare F.)*	**Modellierungstest (Pythagoras)***
Modellieren (Pythagoras)	*r* *p*	1	0,31 0,01
Modellieren (Lineare F.)	*r* *p*	0,31 0,01	1
Zeichnen einer Skizze (Pythagoras)	*r* *p*	0,05 0,63	0,04 0,73
Zeichnen einer Skizze (Lineare F.)	*r* *p*	-0,22 0,05	-0,06 0,59
Suche einer Analogie (Pythagoras)	*r* *p*	-0,11 0,33	-0,07 0,52
Suche einer Analogie (Lineare F.)	*r* *p*	-0,02 0,88	-0,16 0,16
Unterstreichen oder Ausschreiben der Angaben (Pythagoras)	*r* *p*	0,19 0,09	0,20 0,09
Unterstreichen oder Ausschreiben der Angaben (Lineare F.)	*r* *p*	0,12 0,34	0,06 0,40
Planung des Lösungsprozesses (Pythagoras)	*r* *p*	-0,14 0,20	-0,01 0,94
Planung des Lösungsprozesses (Lineare F.)	*r* *p*	-0,18 0,11	-0,03 0,81
Kontrolle des Zwischenergebnisses (Pythagoras)	*r* *p*	-0,04 0,70	-0,17 0,14
Kontrolle des Zwischenergebnisses (Lineare F.)	*r* *p*	0,03 0,79	-0,17 0,14
Kontrolle des Endergebnisses (Pythagoras)	*r* *p*	0,03 0,79	0,00 0,98
Kontrolle des Endergebnisses (Lineare F.)	*r* *p*	0,10 0,38	0,10 0,38

* Die Reliabilitäten Cronbachs-α des Modellierungstests zu den Inhaltsbereichen Satz des Pythagoras und Lineare Funktionen sind jeweils 0.71 und 0.49.

Adresse der Autoren:

Stanislaw Schukajlow
Universität Kassel

Dominik Leiss
Leuphana Universität Lüneburg

FB10 Mathematik und Naturwissenschaften
Heinrich-Plett-Str. 40
34132 Kassel
schustan@mathematik.uni-kassel.de

Institut für Mathematik und ihrer Didaktik
Scharnhorststraße 1
21335 Lüneburg