Dies ist ein Vorabdruck des folgenden Beitrages: Schukajlow, S. (2013). Lesekompetenz und mathematisches Modellieren. In: Borromeo Ferri R., Greefrath G., Kaiser G. (eds) Mathematisches Modellieren für Schule und Hochschule. Realitätsbezüge im Mathematikunterricht. Springer Spektrum, Wiesbaden, vervielfältigt mit Genehmigung von Springer. Die finale authentifizierte Version ist online verfügbar unter: https://doi.org/10.1007/978-3-658-01580-0_6

Lesekompetenz und mathematisches Modellieren

Stanislaw Schukajlow

0. Einleitung

Die Bearbeitung mathematischer Modellierungsaufgaben erfordert neben anderen Aktivitäten ein fundiertes Verständnis der Aufgabenstellung. Obwohl es eine Reihe von Untersuchungen von Bedingungsfaktoren „mathematischen“ Lesens im Bereich Textaufgaben gibt (vgl. Reed, 1999), liegen bisher nur wenige Beiträge vor, in denen speziell die mathematische Modellierungskompetenz unter diesem Gesichtspunkt analysiert wird.

Im folgenden Beitrag werden im ersten Kapitel Lesekompetenz im Zusammenhang mit der mathematischen Grundbildung betrachtet, kognitive Grundlagen des Lesens vorgestellt und der Einfluss der Lesekompetenz auf den Erwerb von mathematischem Wissen und mathematischen Kompetenzen diskutiert. Im zweiten Kapitel werden Leseaktivitäten beim Modellieren analysiert und an einer Modellierungsaufgabe veranschaulicht. Die Vorstellung ausgewählter Determinanten der Lesekompetenz und Ansätze zu ihrer Förderung beim Modellieren stehen im Mittelpunkt des dritten Kapitels. Ein Beispiel zur Förderung von Leseaktivitäten im Unterricht wird im vierten Kapitel dokumentiert und Bausteine eines Programms zur Leseförderung mit strategischen Schwerpunkten vorgeschlagen.

1. Lesekompetenz

1.1. Verständnis der Lesekompetenz im Kontext mathematischer Grundbildung

Lesefähigkeit gilt als eine grundlegende Voraussetzung für „die Teilhabe an vielen Bereichen des gesellschaftlichen Lebens“ (Artelt et al., 2005, S. 6) und für den Wissenserwerb allgemein. Traditionell wird Lesekompetenz als Fähigkeit bestimmt, schriftliche Texte zu verstehen. In den letzten Jahrzehnten ist eine Erweiterung des Begriffs Lesekompetenz auf andere schriftliche Repräsentationsformen zu verzeichnen. Es wird zunehmend darauf geachtet, welches Wissen, welche Fähigkeiten und Fertigkeiten für einen Menschen notwendig sind, um auf dem Arbeitsmarkt und im Alltag sich zu Recht zu finden. Da in modernen Gesellschaften Fotographien, Bilder, Zeichnungen, Tabellen, Diagramme und andere Bild- und Textsorten weit verbreitet sind, wurde der Begriff Lesekompetenz in den zeitgenössischen Leseforschungen (siehe z.B. Mosenthal & Kirsch, 1991) wesentlich erweitert. Schnotz und Dutke (2004, S. 63) schreiben in diesem Zusammenhang: „Lesekompetenz ist vielmehr als Fähigkeit anzusehen, schriftliche Dokumente zu verstehen, in denen sowohl verbale Informationen in Form von Schriftzeichen als auch piktoriale Informationen in Form von Bildzeichen enthalten sind“. Solch eine breite Definition von Lesekompetenz kann nicht mehr als nur ein Bestandteil des Deutschunterrichts angesehen werden. Sie ist eine fächerübergreifende Fähigkeit, die in verschieden Schulfächern erworben wird und auch im jeweiligen Fach gefördert werden soll. Insbesondere das Erstellen und Interpretieren von Graphen, Tabellen, Diagrammen und z. T. auch Bildern sowie auch das Agieren mit den mathematischen Symbolen sind bedeutende Teile des Mathematikunterrichts und fallen traditionell unter mathematische Kompetenzen. Lesen der genannten Informationsquellen kann als „mathematisches" Lesen bezeichnet werden (Leiss, Schukajlow, Blum, Messner & Pekrun, 2010). Der Umgang mit Graphen, Tabellen und anderen Darstellungsformen ist ein Teil der Kompetenz „mathematische Darstellungen verwenden" oder/und der mathematischen Kompetenz „mit symbolischen, formalen und technischen Elementen arbeiten" (Blum, 2006). Die genannten Darstellungen zu verstehen und zwischen Darstellungen zu übersetzen sind wichtige Fähigkeiten, die in verschiedenen Inhaltsbereichen und Leitideen – insbesondere aber vor allem bei der Entwicklung des Funktionsbegriffs und der Betrachtung stochastischer Modelle – beachtet werden müssen. In diesem Beitrag konzentriere ich mich primär auf die Fähigkeit Texte und Bilder zu lesen, welche in Bildungsstandards vor allem unter den Kompetenzen „mathematisch Kommunizieren" und „mathematisch Modellieren" erfasst werden. Wie aber in weiteren Ausführungen deutlich wird, kann auch das Erstellen von piktorialen Repräsentationen eines Sachverhalts eine wichtige Rolle im Verstehensprozess spielen und zur Förderung von verschiedenen mathematischen Kompetenzen beitragen.

1.2. Kognitive Grundlagen des Lesens

Der Leseprozess ist ein komplexes Geschehen, das gleichzeitig auf Wort-, Satz- und Textebene stattfindet (Christmann & Groeben, 1999). Auf allen drei Ebenen läuft das Lesen nicht linear-additiv ab, so das s einzelne Buchstaben, Wörter und Sätze nach einander sequenziell gelesen und die so gewonnenen Informationen in das Arbeitsgedächtnis des Lesers eingespeist werden. Viel mehr kann man über das Interagieren von zwei gleichzeitig ablaufenden Prozessen sprechen: Der eine wird vom Text (Textbasis) und der andere von den Wissensstrukturen des Lesers geleitet (vgl. die Zusammenfassung von Goldmann & Rakestraw, 2000). Nur wenn die dadurch entstandene, mentale Repräsentation eines im Text beschriebenen Sachverhaltes in sich kohärent ist, kann man über das Verstehen des Textes sprechen. Die Kohärenz bedeutet in diesem Zusammenhang „die Verknüpfung von mentalen Einheiten im Kopf zu einem zusammenhängenden Ganzen" (Kintsch & Van Dijk, 1978; Schnotz, 1994, S. 17). Ein anderer Aspekt des Textverständnisses ist die Übereinstimmung zwischen der vom Autor intendierten Repräsentation des Gegenstandes und der des Lesers. Es ist beim Lesen durchaus möglich, dass der Leser zwar eine in sich kohärente Repräsentation aufbaut, diese mit der objektiven Bedeutung des Textes aber nicht übereinstimmt und dann als fehlerhaft bezeichnet wird.

Wie eine mentale Repräsentation eines Textes im Gedächtnis eines Menschen aufgebaut ist, konnte endgültig noch nicht geklärt werden. Derzeit geht man davon aus, dass beim Lesen mehrere mit einander zusammenhängende mentale Repräsentationen gebildet werden (Zwaan & Radvansky, 1998). Sieht man von der Repräsentation der Textoberfläche und anderen Repräsentationsarten ab (vgl. zur Bedeutung der Textoberfläche im Zusammenhang mit der mathematischen Kompetenz Nesher, Hershkovitz & Novotna, 2003), geht die Mehrheit der Theorien zum Textverstehen von einer dualen Natur der mentalen Repräsentation aus: Beim Lesen wird sowohl eine propositionale Repräsentation als auch ein mentales Modell (Situationsmodell) konstruiert (Kintsch, 1986; Kintsch & Greeno, 1985). Eine propositionale Repräsentation erinnert in ihrer Struktur an ein Begriffsnetz, in dem einzelne Objekte mit Hilfe von Prädikaten miteinander verbunden sind. Eine ganz andere Repräsentationsform ist das Situationsmodell, das erst in den 80er Jahren theoretisch eingeführt und deren Existenz in vergangenen Jahrzenten empirisch nachgewiesen wurde (Zwaan & Radvansky, 1998). Im Situationsmodell werden Informationen als eine Einheit mit verschiedenen Teilelementen gespeichert. Diese Einheit kann man sich als eine Repräsentation darstellen, in der verschiedene sensorische Informationen (auditive, visuelle, taktile u.a.) zusammengefügt worden sind. Eine charakteristische Eigenschaft des Situationsmodells ist, dass es zusätzliche Informationen enthält und somit über die im Text beschriebene Situation hinausgeht. Der Vorteil eines Situationsmodells gegenüber der propositionalen Repräsentation besteht in der Möglichkeit, Schlussfolgerungen direkt aus der Repräsentation der jeweiligen Situation abzulesen (Johnson-Laird, 1983; van Dijk & Kintsch, 1983). Da das Schlussfolgern beim Lösen mathematischer Aufgaben eine wichtige Rolle spielt, ist die Bedeutung des Situationsmodells für einen erfolgreichen Lösungsprozess besonders groß (vgl. z.B. Forschungen zu Textaufgaben bei Mayer & Heagarty, 1996; Reusser, 1989).

1.3. Zum Einfluss der Leskompetenz auf Wissenserwerb in Mathematik

Beim Erwerb der mathematischen Kompetenz im Sinne der Bildungsstandards hilft Lesekompetenz auf verschiedene Arten. Zum einen läuft der Lernprozess von lesestärkeren Schülern autonomer als bei den leseschwächeren Schülern. In unserer Umwelt werden viele Informationen in schriftlicher Form an die Interessenten weitergegeben. Ein guter Leser kann diese Informationen aus den vorhandenen Quellen entnehmen, ins Wissensnetz integrieren und sein mathematisches Wissen und Können verbessern. Solche schriftlichen Informationsquellen sind z.B. Lehrbücher der Mathematik. Ein neues Thema wird in einem Lehrbuch schriftlich erklärt und an einem oder mehreren Beispielen veranschaulicht. Lernende, die in der Lage sind, mathematische Erklärungen in Text und Bildform zu verstehen, sind beim Lesen von Lehrbüchern im Vorteil. Auch wenn sie die Inhalte nicht sofort vollständig erfassen, stellen sie häufiger spezifische Fragen zu einem bestimmten Bearbeitungsschritt oder Begriff. Solche spezifischen Fragen können von der Lehrkraft unmittelbar beantwortet werden, wohingegen schwache Leser oft die Bedeutung fachspezifischer Texte nicht erfassen können und dies der Lehrkraft auch so allgemein rückmelden. Die Unterstützung von Lernenden ist im Fall allgemeiner Nachfragen („Ich habe nichts verstanden“) viel schwieriger und zeitintensiver, da zuerst diagnostiziert werden soll, an welcher Textstelle die Schwierigkeiten genau auftreten. Erst danach können Lehrerinterventionen angeleitet werden.

Zum anderen werden mathematische Aufgaben in der Regel schriftlich formuliert und enthalten je nach Fragestellung mehr oder weniger Text, Bilder und andere symbolische oder piktoriale Informationen. Werden diese Informationen bei der Bearbeitung der Aufgabe nicht korrekt erfasst, kann der Lösungsprozess schon von Anfang an gehindert werden. Gerade leistungsschwächere Lernende unterbrechen in solchen Situation die Bearbeitung der Aufgabe und warten ab, bis alle offenen Fragen zu der Aufgabe geklärt werden. Die gestellte Aufgabe bleibt unbearbeitet. Der eigene, konstruktive Lösungsprozess wird auf Eis gelegt. Die anschließenden Erklärungen eines Lösungsweges, die z. B. in den Phasen der Ergebnissicherung erfolgen, sind für diese Schüler nicht mehr so gewinnbringend wie die Eigenbearbeitung einer Aufgabe bei anderen Lernenden.

2. Modellierungskompetenz der Schüler

In der Didaktik der Mathematik wie auch in der Leseforschung hat die pragmatische Sichtweise auf mathematisches Wissen und mathematische Kompetenzen in den letzten Jahrzehnten an Bedeutung gewonnen. Die Notwendigkeit, Realitätsbezüge stärker in den Alltagsunterricht zu integrieren, ist sowohl international als auch national anerkannt und wurde u. a. in Anlehnung an Freudenthals Konzeption „realistic education“ als Leitmotiv für die internationale PISA-Studie ausgewählt (Blum et al., 2004; Freudenthal, 1977). National orientiert man sich an der Konzeption von Heinrich Winter, der neben formalen und kulturbezogenen Aspekten mathematischer Grundbildung auch die pragmatische Sichtweise in den Mittelpunkt des Mathematikunterrichts gestellt hat: „Der Mathematikunterricht sollte anstreben, Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen“ (Winter, 1995).

Eine weitgehende Einigkeit besteht darin, dass das mathematische Modellieren im engeren Sinn als Übersetzungsprozess zwischen Realität und Mathematik beschrieben werden kann (Blum & Niss, 1991; Niss, Blum & Galbraith, 2007). Zugleich existieren verschiedene Prozessbeschreibungen des Modellierens. Dies kann durch das unterschiedliche Verständnis des Modellierens sowie durch verschiedene Forschungszugänge zum Modellierungsprozess erklärt werden (Borromeo Ferri, 2006). Der vorliegenden Konzeption zugrunde liegenden kognitiven Sichtweise auf das Modellieren entspricht der Modellierungskreislauf von Blum und Leiss (2005) und das Modell der sequenziellen Bearbeitung von Modellierungsaufgaben von Schukajlow (2011), in dem strategische Handlungen von Lernenden eine besondere Beachtung gefunden haben. In beiden Modellen werden den Verstehensprozessen und Leseaktivitäten eine wichtige Rolle zugesprochen.

Da Lesekompetenz vor allem bei der Konstruktion eines Situations- und eines Realmodells eine Rolle spielt, konzentriere ich mich hier auf diese beiden Modellierungsaktivitäten. Diese Aktivitäten werden an der Aufgabe „Zuckerhut“ veranschaulicht und diskutiert. Weitere Modellierungsschritte – die Übersetzung aus der Realität in die Mathematik, mathematisches Arbeiten, Interpretation der Ergebnisse, Validierung der Lösung und Dokumentation des Lösungsweges – werden hier nicht betrachtet (vgl. hierzu Schukajlow, 2011).

Zuckerhut

Aus einer Zeitungsmeldung:

Die Zuckerhutbahn benötigt für die Fahrt von der Talstation bis zum Gipfel des als Zuckerhut bekannten Berges rund 3 Minuten. Dabei fährt sie mit einer Geschwindigkeit von 30 km/h und überwindet einen Höhenunterschied von ca. 180 m. Der Cheftechniker Giuseppe Pelligrini würde viel lieber zu Fuß gehen. So wie früher, als er Bergsteiger war und erst von der Talstation über die ausgedehnte Ebene zum Berg rannte und diesen dann in zwölf Minuten bestieg.

Wie weit ist die Strecke ungefähr, die Giuseppe von der Talstation bis zum Fuß des

Berges rennen musste? Schreibe deinen Lösungsweg auf.

Bild 1. Modellierungsaufgabe Zuckerhut

Verstehen. Da Modellierungsaufgaben in der Regel schriftlich gestellt werden, beginnt ihre Bearbeitung mit dem Lesen der Aufgabe und ggf. mit dem Betrachten des Bildes. Die Aufgabestellung, welche im Modellierungskreislauf „reale Situation" genannt wird, beinhaltet die Beschreibung einer realitätsbezogenen Situation. Diese Situation soll zuerst verstanden werden. Für einen Problemlöser bedeutet Verstehen, auf der Grundlage des vorhandenen Textes und Bildes ein Situationsmodell zu konstruieren. Dabei werden unter Rückgriff auf Vorwissen Schlussfolgerungen (Inferenzen) gezogen, welche die in dem Aufgabentext enthaltenen Informationen ergänzen. Van Dijk & Kintsch betonen, dass die Konstruktion des Situationsmodells nicht ausschließlich über Schlussfolgerungen aus der Textbasis erfolgt (van Dijk & Kintsch, 1983, S. 336-337). Die Textbasis leitet nur das Bilden des Situationsmodells. Es gibt aber noch einen Prozess, der die Konstruktion des Situationsmodells konstituiert. Reusser nennt ihn die Vergegenwärtigung der Sachstruktur. Darunter versteht er unter anderem „die Identifikation der Protagonisten der Handlung, die zeitliche und funktionale Bestimmung des Handlungsablaufs und die Identifikation einer mathematisch bedeutsamen Lücke" (der Fragestellung) im Handeln (Reusser, 1997, S. 152). Das Verstehen kann hierbei als durch die Aufgabenstellung geleitetes Strukturieren des eigenen Wissens charakterisiert werden. In der Aufgabenstellung enthaltene Informationen werden einerseits reduziert und andererseits durch individuelles Wissen ergänzt. Durch diese Aktivitäten wird das erste Modell im Lösungsprozess – das Situationsmodell – konstruiert.

In der Aufgabe Zuckerhut umfasst das Situationsmodell die Gegebenheiten der Situation, einschließlich Vermutungen über die Person Giuseppe Pelligrini, die aus dem Text hergeleitet werden und für die Bearbeitung einer mathematischen Aufgabe eine untergeordnete bis keine Rolle spielen. Z. B. kann man denken, dass Guiseppe Pelligrini nicht ganz jung ist, da er als *Chef*techniker arbeitet und keine Berge mehr besteigt. Besondere Schwierigkeiten haben Schüler bei der Konstruktion der beiden Wege von der Talstation bis zum Gipfel des Berges sowie bei der Identifikation der gesuchten Strecke.

Vereinfachen. Nachdem die Realsituation in einem Situationsmodell erfasst wurde, muss es vor der Mathematisierung zum Realmodell vereinfacht werden. Im Unterschied zum Verstehensschritt erfolgen dabei keine Ergänzungen des Situationsmodells mehr. Es sind nur rein reduktive Prozesse. Die Komplexität dieser Prozesse hängt mit der Komplexität der Aufgabenstellung zusammen. Schon das Verständnis einfacher Textaufgaben kann durch die Umformulierung des Textes oder durch seine Ergänzung mit einem neuen, für die Lösung irrelevanten Textabschnitt erschwert werden (Reed, 1999). Da authentische Anwendungssituationen oft überflüssige Angaben beinhalten, sollten solche unnötigen Informationen bei der Konstruktion von Modellierungsaufgaben in die Aufgabestellung aufgenommen werden. Eine besondere Art reduktiver Strategien ist die Festlegung einer nicht angegebenen Größe (Annahme), die eine Alternative zur Einführung einer Variablen darstellt. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass reduktive Strategien eine eigene Strategiegruppe darstellen. Sie unterscheiden sich von Verstehensstrategien durch eine weniger ausgeprägte, individuelle Ergänzung von vorgegebenen Informationen.

Beim Bearbeiten der Aufgabe Zuckerhut werden viele Informationen, die im Situationsmodell noch Platz finden können, für die spätere Mathematisierung nicht benötigt bzw. können zwecks Vereinfachung modifiziert werden. Im Hinblick auf die typische Lösung, die von Schülern des 9. Jahrgangs entwickelt wird, sind von allem die Geschwindigkeit und Zeitangaben zur Seilbahnfahrt (3 min mit 30 km/h), der Höhenunterschied (180 m), sowie Informationen über den räumlichen Aufbau der Situation von Bedeutung.

3. Ausgewählte Determinanten der Lesekompetenz und Ansätze zu ihrer Förderung im Kontext der Modellierungsaktivitäten

Nun soll die Frage beleuchtet werden, welche Eigenschaften gute von mäßigen Lesern unterscheiden. Als Grundlage dient das Modell der Einflussfaktoren der Lesekompetenz von Artelt u.a. (2005), in dem zwischen vier Einflussfaktoren unterschieden wird: Merkmale des Lesers/ der Leserin, Aktivitäten des Lesers/ der Leserin, Leseanforderung und Beschaffenheit des Textes.. Die vier Einflussfaktoren des Modells stehen in einer Wechselwirkung, sodass z.B. der Zusammenhang zwischen der Lesekompetenz und dem Vorwissen durch Leseanforderungen beeinflusst wird. Sind durch den Text gestellte Anforderungen hoch, steigt auch die Rolle des Vorwissens oder auch die Rolle der Motivation für das Verstehen dieses Textes. In diesem Beitrag konzentrieren ich mich auf vier ausgewählte Teilaspekte der genannten Einflussfaktoren und konkretisiere diese an mathematischen Inhalten und unter Berücksichtigung fachdidaktischer Arbeiten.

3.1 Vorwissen

Domänespezifisches Vorwissen, einschließlich des Wortschatzes der Leser, gehört traditionell zu den stärksten Prädiktoren des Lernerfolges in allen Wissensbereichen. Zwischen dem Vorwissen und der Lesekompetenz besteht eine wechselseitige Beziehung. Leser mit mehr Vorwissen können neue Texte besser verstehen, zugleich erschließen sie durch ihre hohe Lesekompetenz einfacher die neuen Inhalte und reichern das Wissen kontinuierlich an.

Leser mit fundiertem Vorwissen können bei der Konstruktion eines Situations-, Real- und eines mathematischen Modells in der Regel ohne große Probleme Inferenzen bilden und kommen dadurch im Lösungsprozess besser voran. Zudem werden bei vielen Sachtexten – u. a. auch bei mathematischen Texten – Fachbegriffe benutzt, deren Kenntnis vorausgesetzt wird. Speziell bei Modellierungsaufgaben, in denen eine Situation aus der realen Welt im Vordergrund steht, ist Alltagswissen von besonderer Bedeutung. Sind der Aufgabenkontext vertraut und das gestellte Problem bekannt, kann auch das Situationsmodell ohne große Probleme konstruiert werden. Bei der Bearbeitung der Aufgabe Zuckerhut ist Vorwissen über die Fahrt mit der Seilbahn von Vorteil. Wenn man selbst mit der Seilbahn gefahren ist oder eine solche Fahrt beobachtet hat, kann man die räumliche Anordnung der Wege von der Talstation bis zum Gipfel des Berges einfacher rekonstruieren.

Ausgehend von den beiden Vorwissensbereiche, die bei der Bearbeitung von Modellierungsaufgaben eine Rolle spielen, – den alltagsbezogenen und den innermathematischen – können sich auch die Förderansätze zur Aktivierung von Vorwissen an beiden Komponenten orientieren. Die Aktivierung der beiden Vorwissensbereiche kann auf ähnliche Weise stattfinden. Die Lernenden können aufgefordert werden, an die Situation zu erinnern, in der relevantes Wissen erworben oder gebraucht wurde. Eine solche Intervention für den alltagsbezogenen Bereich könnte lauten: „Bist du schon einmal mit der Seilbahn gefahren oder hast du solch eine Fahrt aus der Nähe beobachtet? Stell dir die Situation genau vor!“

3.2 Textaufbau

Ein wichtiger Faktor, der das Verständnis beeinflussen kann, ist die Beschaffenheit des Textmaterials. Hierzu gehören der globale und lokale Textaufbau, welche durch die Textkohärenz charakterisiert werden. Im Rahmen der Leseforschung wird der Textaufbau vor allem im Hinblick auf eine Textoptimierung untersucht. Man hat eine Reihe von Textmerkmalen identifiziert, die das Verstehen eines Textes erschweren bzw. erleichtern. Da die Fähigkeit, Schwierigkeitsgrad mathematischer Texte einzuschätzen und zu variieren, als ein wichtiger Bestandteil des fachdidaktischen Wissens betrachtet werden kann, wird in diesem Unterabschnitt auf den globalen und lokalen Textaufbau eingegangen.

Beim globalen Textaufbau geht es um die Struktur des Textes. Die Texte sind demnach einfacher zu verstehen, wenn sie einer fachspezifischen Logik (einer so genannten Superstruktur) folgen. Bei einer mathematischen Textaufgabe erwarten Leser in der Regel, dass zuerst eine vollständige Beschreibung einer Situation gegeben wird, zu der anschließend eine mathematikbezogene Frage kommt. Wird eine Textaufgabe anders strukturiert, erhöht sich vermutlich ihre Schwierigkeit aufgrund der Verstehensprobleme. Die globale Textkohärenz umfasst also eine Abstimmung zwischen einzelnen Textteilen, welche bei einer mathematischen Modellierungsaufgabe in einem klaren Zusammenhang – wie etwa Situationsbeschreibung – Fragestellung – zueinander stehen sollen.

Der lokale Textaufbau wird durch den Bezug zwischen einzelnen Sätzen charakterisiert. Die Textkohärenz auf lokaler Ebene kann u. a. durch die Wiederholung von Begriffen und Satzteilen, durch das Herausstellen von Zusammenhängen zwischen einzelnen Sätzen und Sinneinheiten (weil, deshalb etc.) oder auch durch das Hervorheben wichtiger Informationen verstärkt werden. In der Aufgabe „Zuckerhut“ wird der Bezug zwischen dem ersten und zweiten Satz durch die Verwendung des Adverbs „dabei“ deutlich gemacht, das hier als Ersatz für die Wortgruppe „bei dieser Fahrt“ verwendet wird. Lässt man dieses Adverb weg, beginnt die Aufgabe wie folgt:

„Die Zuckerhutbahn benötigt für die Fahrt von der Talstation bis zum Gipfel des als Zuckerhut bekannten Berges rund 3 Minuten. Sie fährt mit einer Geschwindigkeit von 30 km/h und überwindet einen Höhenunterschied von ca. 180 m.“

Beim Lesen dieser Sätze muss der Zusammenhang zwischen beiden Sätzen vom Leser aktiv konstruiert werden. Dies erfordert eine zusätzliche – wenn auch recht einfache – Schlussfolgerung und führt zu einer leichten Erhöhung der Textschwierigkeit.

Der Aufbau eines Textes bei einer Modellierungsgabe hängt vom Leistungsstand der Lernenden sowie von den angestrebten Lernzielen ab. Es erscheint bei der Aufgabenkonstruktion sinnvoll, solche sprachliche Hürden einzubauen, welche die Lesekompetenz in Mathematik herausfordern. In der Aufgabe Zuckerhut sind eine solche Hürde die zwei Sätze über die Vergangenheit von Giuseppe Pelligrini, die u. a. auch eine Zahlenangabe (12 Minuten) beinhalten. Eine weitere Herausforderung wurde durch das Abbilden eines Fotos geschaffen, das einen wichtigen Anhaltspunkt zur Abschätzung der Breite des Berges liefert. Zugleich ist aber dieses Foto perspektivisch verzerrt und legt dadurch ein falsches Situationsverständnis nahe. Lernende vermuten – durch dieses Foto in die Irre geführt –, dass die Seilbahn zwischen zwei Bergen fährt. Allerdings enthält der Text einen Hinweis über die Lage der Seilbahnstationen. Der Begriff „Talstation“ soll signalisieren, dass sich diese Station im Tal und nicht auf einem Berg befindet. Dieser Hinweis wird aber von den leistungsschwächeren Schülern übersehen bzw. nicht in ihre Überlegungen miteinbezogen (vgl. Schukajlow, 2011). Unter anderen sprachlichen Schwierigkeiten ist auch die Verwechslung zwischen den Begriffen „Fuß des Berges“

und „zu Fuß“ zu nennen. In einer Unterrichtsstunde wurde beobachtet, dass Schüler diese Verwechslung lange nicht artikulieren und lediglich ihre Verständnisschwierigkeiten wiederholt zum Ausdruck bringen konnten. Die unterrichtende Lehrkraft brauchte deshalb einige Zeit, um diese Hürde zu diagnostizieren und auszuräumen.

3.3 Lesemotivation und Leseinteresse

Motivation und Interesse sind wichtige persönliche Merkmale von Leserin und Leser, welche den Leistungserwerb oft erst ermöglichen und auch für sich genommen wichtige Unterrichtsziele darstellen. Trotz offensichtlicher Bedeutung der Motivation für Wissenserwerb, die theoretisch u. a. in der Selbstbestimmungstheorie von Decy & Ryan (1993) angenommen wird, wurde der direkte Zusammenhang zwischen Motivation und Leistungserwerb bisher eher selten empirisch nachgewiesen. Die Korrelation zwischen Motivation und Leistungen bewegt sich oft nur im unteren Bereich um .20. In der Metaanalyse von Fraser et al. (1987) betrug die durchschnittliche Korrelation zwischen beiden Konstrukten sogar lediglich .12. Etwas höhere Korrelationen wurden zwischen Interesse von Lernenden und ihren Leistungen ermittelt (Korrelation von .30 bei Schiefele, Krapp & Schreyer, 1993), wobei auch hier die Stärke des Zusammenhangs vermutlich davon abhängt, inwieweit Lernende ihre Interessen in den Unterricht einbringen und diese ausleben können. In Fächern mit streng reglementierten Inhalten wie Mathematik ist es nur punktuell möglich, persönliches Interesse von Lernenden bei der Auswahl von Lernmaterial und bei der Unterrichtsgestaltung zu berücksichtigen.

Im Rahmen der Leseforschung wurde festgestellt, dass der Zusammenhang zwischen Motivation und Leistungen sogar etwas höher als zwischen der Lesemenge und den Leistungen ist (Guthrie, Wigfield, Metsala & Cox, 1999). Schüler, welche über eine hohe Lesemotivation verfügen, lesen vermutlich nicht nur mehr, sie wählen anspruchsvollere Texte, strengen sich ggf. beim Lesen mehr an und haben ein höheres Selbstkonzept in diesem Bereich (Artelt et al., 2005). Umgekehrt kann es sein, dass die höhere Motivation nicht immer in Leseaktivität übergeht. In diesem Fall bleiben auch die besseren Leseleistungen aus.

Es wurden bisher noch kaum Untersuchungen durchgeführt, die sich mit dem Lesen von mathematischen Texten außerhalb des regulären Unterrichts befasst haben. Es kann jedoch vermutet werden, dass solche Texte sehr selten von Lernenden in ihrer Freizeit gelesen werden. Mathematikspezifische Leseaktivitäten finden den Eingang in den Alltag vermutlich daher eher über primär nicht mathematische Texte, die das Verständnis mathematischer Inhalte an bestimmten Stellen punktuell erfordern. Solche mathematikhaltigen Abschnitte etwa in den Zeitungen wahrzunehmen und sich damit aktiv zu befassen, wäre ein wichtiger Schritt zur Intensivierung mathematikbezogener Lesaktivitäten. Die Motivation hierfür kann im Mathematikunterricht durch die Behandlung von realitätsbezogenen Aufgaben aufgebaut werden. Dabei kann jedoch nicht von Anfang an vorausgesetzt werden, dass Schüler eine realitätsbezogene Aufgabe gleich interessanter als eine innermathematische Aufgabe einschätzen (Schukajlow et al., 2012). Eine geeignete Einbettung einer Modellierungsaufgabe in den Alltags- oder Berufskontext, das Hervorheben der Fähigkeit, diese konkrete Aufgabe zu lösen oder die Stimulierung der Neugier der Schüler in Bezug auf die Antwort auf eine konkrete Frage wären geeignete Maßnahmen, welche motivationale Dispositionen von Lernenden positiv beeinflussen können. Zur Erhöhung des Interesses und zur Stimulierung von mathematikbezogenen Aktivitäten erscheint zudem hilfreich, Lernende dazu anzuleiten, Mathematik im Alltag zu erkennen. Dies sollte durch die Identifikation von Mathematik in Büchern oder Zeitungen im Unterricht stattfinden. Längerfristig müsste zudem ein unterrichtlicher Rahmen geschaffen werden, in dem mathematische Inhalte aus Alltagslektüren gemeinsam besprochen werden. Allerdings ist die Wirkung solcher Interventionsmaßnahmen auf motivationale und kognitive Variablen bisher unbekannt und muss noch evaluiert werden.

3.4 Strategien

Analog zu Lernstrategien (siehe Überblick bei Friedrich & Mandl, 2006) können unter Lesestrategien aufrufbare, mentale Handlungspläne verstanden werden, die sich mit der Konstruktion der Bedeutung eines Textes oder auch mit der Planung, Überwachung oder Regulation des Leseprozesses befassen. Eine eigene Gruppe bilden in der Lernstrategieforschung die ressourcenbezogenen Strategien. Da die Ressourcenstrategien eher einen allgemeinen Unterstützungscharakter haben, werden sie hier nicht behandelt.

Die Wirksamkeit der Strategien hängt u. a. auch davon ab, welche Lernziele durch Lesen erreicht werden sollen. Da es beim Lesen mathematischer Texte selten um das Abspeichern, Behalten und Abrufen von vorgegebenen Informationen geht, sind Memorierstrategien, wie z.B. mehrfaches lautes Lesen, kaum hilfreich. Bei der Konstruktion eines Situationsmodells sind Strategien notwendig, die eine tiefere Verarbeitung der Inhalte einleiten. Diese Strategien werden nach Weinstein & Mayer (1986) Elaborations- und Organisationsstrategien bezeichnet. Bei der Anwendung von Elaborationsstrategien werden die Inhalte aus dem Text mit dem Vorwissen zusammengeführt. Bei der Bearbeitung einer Mathematikaufgabe wird eine Elaborationsstrategie aktiviert, wenn man über die Lösung ähnlicher Aufgaben nachdenkt. Die Organisationsstrategien haben als Ziel, die im Text enthaltenen Informationen miteinander auf produktive Weisen zu verbinden. Mathematikbezogene Beispiele hierfür können das Anfertigen graphischer Repräsentationen der Inhalte sowie Entwerfen einer Tabelle oder eines Graphen sein. Auch eine Concept Map, welche die Verbindungen zwischen den zentralen Begriffen expliziert, gehört zu dieser Strategiegruppe. Zu der dritten Gruppe der so genannten kognitiven Strategien, welche sich unmittelbar mit der Informationsverarbeitung beschäftigen, gehören Wiederholungsstrategien, die auch eine Selektionsfunktion im Lösungsprozess ausführen. Solche Strategien sind z. B. Unterstreichen, Markieren oder Ausschreiben der Angaben. Die genannten Strategien können speziell bei der Bearbeitung von offenen Modellierungsaufgaben hilfreich sein, da diese oft überflüssige und fehlende Angaben enthalten, welche im Lese- und Bearbeitungsprozess ausgefiltert bzw. eingeschätzt werden müssen (siehe Überblick bei Schukajlow & Leiss, 2011).

Die bereits angesprochenen Strategien Planung, Überwachung und Regulation bilden die Gruppe der metakognitiven Strategien. Diese Strategien sind auf einer übergeordneten Ebene angesiedelt und Wirken über die kognitiven Strategien auf die Informationsverarbeitung. Beim Lösen der Aufgabe Zuckerhut planen Schüler eine Skizze zu zeichnen, die Geschwindigkeit und Fahrtzeit für die Berechnung der Strecke zu verwenden und dann den Satz des Pythagoras anzuwenden (Schukajlow, 2011). Auf diese Weise wird die Planung des Lösungsprozesses realisiert. Überwachung des Lösungsprozesses findet permanent statt. Sollte eine Strategie sich als nicht erfolgreich erweisen, wird eine andere kognitive Strategie über die Regulationsstrategie aktiviert. Beim Lesen der Aufgabe Zuckerhut müsste die Überwachungsstrategie registrieren, dass die aus dem Foto abgeleitete Vorstellung über die Fahrt der Seilbahn zwischen zwei Bergen im Widerspruch zur Textinformation (*Tal*station) steht. Mögliche Handlungen sind nochmaliges Lesen des Textes, Betrachten des Bildes oder auch Anfertigen einer Skizze zu dieser Situation. Beim Lesen könnte insbesondere der Satz, in dem der Weg von Pelligrini als

„von der Talstation über die ausgedehnte Ebene“ beschrieben ist, einen Hinweis für den Aufbau der Situation geben.

Die Möglichkeit, Strategiewahl und -anwendung von Lernenden durch Interventionsmaßnahmen deutlich zu verändern (Weinstein, Husman & Dierking, 2000), hat dazu geführt, dass eine Vielzahl von Interventionen zum strategischen Verhalten in verschiedenen Bereichen implementiert und positiv evaluiert wurde. In den Studien, bei denen Strategien bei der Bearbeitung von Modellierungsaufgaben mit Hilfe von Selbstberichten in Fragebogenverfahren erfasst wurden, wurden jedoch selten deutliche Zusammenhänge zwischen Leistungen und Strategien festgestellt (Schukajlow & Leiss, 2011; Spörer & Brunstein, 2006). Im Mittelpunkt der Interventionsstudien standen sowohl einzelne Strategien als auch ihre Kombinationen (Strategieskripts). Beim Lesen von Sachtexten konnten zum Beispiel die Vorteile des Hervorhebens von Informationen im Zusammenhang mit der Selbstregulation gezeigt werden (Leutner & Leopold, 2003; Leutner, Leopold & Elzen-Rump, 2007). Effekte eines metakognitiven Trainings in kooperativen Lernumgebungen im Mathematikunterricht wurden in der Studie von Kramarski, Mevarech & Arami (2002) untersucht und bestätigt. In dieser Studie haben die Schüler gelernt, sich selbst Fragen zu vier Bereichen zu stellen und zu beantworten: (1) zum Verständnis der Aufgabe, (2) zu Gemeinsamkeiten und Unterschieden zwischen den neuen und schon bearbeiteten Aufgaben, (3) zu Strategien bei der Aufgabenbearbeitung und (4) zur Reflexion über den Lernprozess. In einer Studie wurde die Wirkung des strategischen Instrumentes Lösungsplan speziell auf die Modellierungskompetenz von Schülern erforscht. Der Lösungsplan (siehe Schukajlow, Blum & Krämer, 2011) orientiert sich in seiner Struktur an dem Modellierungskreislauf in einer vereinfachten Form und enthält strategische Hilfen zu vier Aktivitäten:

- Aufgabe verstehen,
- Mathematik suchen,
- Mathematik benutzen und
- Ergebnis erklären.

Eine quasi-experimentelle Studie zeigte eine positive Wirkung eines selbständigkeitsorientierten 10-stündigen Unterrichts mit dem Lösungsplan im Vergleich zum gleichen Unterricht ohne Lösungsplan auf die Modellierungskompetenz von Schülern (Schukajlow et al., 2010).

4. Leseförderung: Beispiel aus der Praxis

In diesem Kapitel soll an einem Beispiel aus der Praxis gezeigt werden, wie Lesekompetenz bei der Bearbeitung von Modellierungsaufgaben gefördert werden kann. Dabei wird auf die Daten zurückgegriffen, die in einer Studie im Rahmen des DISUM-Projektes gesammelt wurden. In der so genannten Hauptstudie 2 wurden sieben Klassen gemäß einer selbständigkeitsorientierten, operativ-strategischen Methode unterrichtet (Leiss et al., 2008). Diese bestand im Wesentlichen aus vier Phasen:

- *Individuelle Arbeit der Schüler.* Die Lehrperson unterstützt jeden einzelnen Lernenden individuell.
- *Ko-konstruktiver Austausch* von Lernenden zu ihren Lösungsansätzen. Lehrperson gibt nach Möglichkeit strategische Hilfen und achtet zugleich darauf, dass jeder Schüler eigene Lösungsansätze weiter verfolgt.

- *Individuelle Arbeit*, bei der jeder Schüler seine Lösung aufschreibt.
- *Reflexion über verschiedene Lösungen im Plenum.* Schüler stellen ihre Lösungen vor. Die Lehrperson moderiert die Diskussion.

Die Analyse von im Rahmen der Hauptstudie 2 aufgezeichneten Videodaten zeigt eine Lehrkraft, die einen besonderen Wert auf die strategische Unterstützung von Schülern beim Verstehen der Aufgabe legt (siehe genaue Beschreibung ihrer Lehrerinterventionen in Leiss et al., 2010). Zum strategischen Repertoire von Frau R. gehören u. a. die Selektionsstrategien „Hervorheben" und „Ausschreiben der Angaben" sowie die Organisationsstrategie „Zeichnen einer Skizze". Ein positiver Zusammenhang zwischen Häufigkeiten beim Hervorheben wichtiger Informationen und Modellierungsleistungen im Posttest in dieser Klasse, deutet auf die Wirksamkeit solcher Strategien hin.

In den 5./6. Stunden der 10-stündigen Unterrichtseinheit zum Modellieren beschäftigen sich Lernende u. a. mit der Lösung der Aufgabe Zuckerhut. Schüler arbeiten jeweils zu viert an einem Tisch und beginnen die Bearbeitung der Aufgabe mit der ersten Phase – individuelle Arbeit. Sie lesen den Aufgabentext durch und betrachten das Foto. Einige machen Notizen oder Zeichnungen. Nach etwa vier Minuten meldet sich Mario. Die Lehrerin kommt an seinen Platz und es entsteht folgender Dialog:

M.: "Ich weiß nicht, wie ich das rechnen soll…"

Frau R.:"…du hast noch gar nicht die wichtigen Sachen aus dem Text ..."

M.:" Sollen wir das immer machen?"

Frau R.: "Immer. Überlegt euch genau, welche Sachen sind hier zentral, wichtig für die Aufgabe. Guckt euch genau an, was die Fragestellung ist. Als erstes unterstreichen und die gegebenen Größen raussuchen, dann hast du deinen Ansatz."

Mario stellt zu Beginn der Stunde eine allgemeine Frage, die auf einen fehlenden Ansatz bei der Aufgabenbearbeitung hindeutet. Die Lehrerin schaut sich den Aufgabenblatt an und stellt fest, dass keine sichtbaren Produkte der Textarbeit festgehalten wurden. Dies spiegelt sie an den Schüler zurück und unterstreicht die Notwendigkeit, die Auswahl von wichtigen Angaben durchzuführen. Sie benennt dann die ersten Schritte, welche bei der Bearbeitung einer Modellierungsaufgabe gemacht werden sollen: Analyse der Aufgabe, einschließlich der Fragestellung, im Hinblick auf die wichtigen Angaben und Hervorheben dieser Angaben z. B. durch eine Unterstreichung. Daraufhin unterstreicht Mario die Angaben „3 Minuten", „180 m" und „12 Minuten". Dabei vergisst er die Geschwindigkeit der Seilbahn hervorzuheben, zugleich hebt er eine Angabe hervor, die für die Lösung nicht gebraucht wird (12 Minuten). Die Unterstreichung von 12 Minuten radiert er aus, als er feststellt, dass diese Angabe für die Bearbeitung der Aufgabe Zuckerhut nicht notwendig ist.

Nach etwa vier Minuten, in denen Mario die genannte Textarbeit durchführt, kommt die Lehrerin wieder an den Tisch und gibt einen weiteren Impuls:

Frau R.: „…vielleicht wäre es für euch und für euren Diskussionsprozess erst mal ganz gut, wenn ihr versucht eine Skizze zu machen. Ihr habt drüber geredet, welche Größen wichtig sind. Versucht eine Skizze zu machen, indem ihr dann die Beschriftung stattfinden lasst. Dann ergibt sich von alleine schon eure Fragestellung. Versucht doch jeder allein zu gucken, wie könnte eine gute Skizze aussehen."

(UE3,LK,00:12:30-00:13:06)

Frau R. sagt hiermit nicht, welche Angaben nun tatsächlich für die Bearbeitung wichtig sind. Stattdessen gibt sie einen strategischen Hinweis, eine Skizze zu zeichnen und zu beschriften und legt einen großen Wert darauf, dass jeder Schüler dies in Einzelarbeit zuerst macht und erst dann mit den Anderen über die gezeichnete Skizze spricht.

Später hält sie die Schüler an, sich noch einmal mit dem Aufgabentext und eigenen Aufzeichnungen zu beschäftigen. Um die Motivation der Schüler zu erhöhen, unterstreicht Frau R. die Bedeutung von Modellierungsaufgaben für den Alltag.

Frau R.: „…guckt euch euren Text noch mal an. Die Leute, die die Aufgabe gemacht haben, die wollen ja gucken… ganz realistisch wenn ihr am Abend Fernsehen guckt, dann sind ganz viele Informationen…und ihr müsst dann gucken, was ist das Wichtige für euch. Ihr müsst das ausblenden, was euch nicht interessiert… formuliert ganz genau, was die von Aufgabe von euch wissen wollen…“

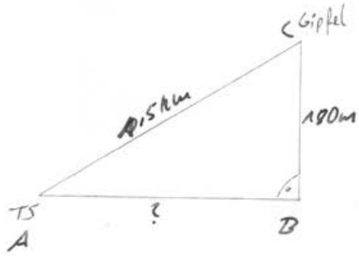
Mario gelingt es nun, eine richtige Skizze zu zeichnen, die gesuchte Strecke zu identifizieren und die Zahlenangaben den Strecken zuzuordnen. Bei der Berechnung des Weges, den die Seilbahn zurücklegt, macht er einen Rechenfehler und notiert erst 0,5 km statt 1,5 km in der Skizze.

Zuckerhut

Aus einer Zeitungsmeldung:

Die Zuckerhutbahn benötigt für die Fahrt von der Talstation bis zum Gipfel des als Zuckerhut bekannten Berges rund 3 Minuten. Dabei fährt sie mit einer Geschwindigkeit von 30 km/h und überwindet einen Höhenunterschied von ca. 180 m. Der Cheftechniker Giuseppe Pelligrini würde viel lieber zu Fuß gehen. So wie früher, als er Bergsteiger war und erst von der Talstation über die ausgedehnte Ebene zum Berg rannte und diesen dann in zwölf Minuten bestieg.

Wie weit ist die Strecke ungefähr, die Giuseppe von der Talstation bis zum Fuß des Berges rennen musste? Schreibe deinen Lösungsweg auf.



$3 min. \cdot 20 = 1 Std.$

$\frac{30 km/h}{60 min} = 0{,}5 km$

	min	km	
60 :	60	30	:60
	1	0,5	
3 ·	3	1,5	·3

$a^2 + c^2 = b^2$

$180m^2 + c^2 = 1500m^2 \quad | -180$

$32400 + c^2 = 2250000 \quad | -32400$

$c^2 = 2217600 \quad | \sqrt{\ }$

$c \approx 1489{,}16$

Er muss ca. 1309 m von der Talstation bis zum Fuß des Berges laufen. Breite des Berges: 90m.

Bild 2: Eine Schülerlösung der Aufgabe Zuckerhut.

Dies führt zum Folgefehler bei der Anwendung des Satzes des Pythagoras, den er erst in der Reflexionsphase im Plenum bemerkt und korrigiert. Kritisch ist an dieser Stelle die Genauigkeit des Ergebnisses anzumerken. Das Ergebnis von 1309 m sollte sinnvoll z. B. auf ca. 1300 m abgerundet werden.

Die Analyse der Hilfen von Frau R. zeigt, dass sich ihre Interventionen stark an dem Verstehensprozess orientieren. Die Empfehlungen, die Angaben zu unterstreichen, eine Skizze eigenständig zu zeichnen und zu beschriften sowie selbst zu formulieren, was in der Aufgabe gesucht ist, erfordern von Schülern ein mehrfaches Durcharbeiten der Aufgabenstellung. Diese Aktivitäten führen zu einer vertieften Auseinandersetzung mit der Aufgabe und helfen Mario, wie auch anderen Schülern, ihren Lösungsprozess voranzubringen und ein adäquates Situations-, Realmodell und mathematisches Modell zu bilden. Die Erläuterung der Bedeutung von Modellierungsaufgaben im Alltag sollte die Motivation und die Anstrengungsbereitschaft der Schüler erhöhen.

Kritisch ist anzumerken, dass Frau R. an keiner Stelle demonstriert, wie Selektions- und Organisationsstrategien anzuwenden sind. Die Hilfsimpulse, die genannten Strategien anzuwenden, reichen offenbar alleine jedoch nicht aus, um diese fehlerfrei zu benutzen (siehe auch De Bock, Verschaffel & Janssens, 1998). Bei der Anwendung der Unterstreichungsstrategie zeigt sich ein ähnliches Fehlermuster, wie auch oft beim Lesen von Sachtexten. Mario unterstreicht eine Angabe, die nicht unbedingt für das Bearbeiten notwendig ist, vergisst zugleich eine relevante Angabe hervorzuheben.

5. Implikationen für die Unterrichtspraxis

In diesem Abschnitt werden wichtige Eckpunkte für die lesespezifische Strategieförderung in der Unterrichtspraxis mit Modellierungsaufgaben hergeleitet. Zentral erscheinen in diesem Zusammenhang die Einführung und Einübung des Arbeitsablaufs, der speziell die Verstehensstrategien bis zur Konstruktion eines mathematischen Modells in den Vordergrund stellt. Vorteilhaft wäre bei der Einführung dieses Arbeitsablaufs ein sicheres Beherrschen von lösungsrelevanten, mathematischen Verfahren. Dadurch könnte die Aufmerksamkeit von Lernenden auf die Verstehens- und Übersetzungsprozesse fokussiert werden. Aufgrund von empirischen und theoretischen Evidenzen kann folgender Arbeitsablauf vorgeschlagen werden:

1. Hervorheben der Bedeutung von Modellierungsaufgaben und Sensibilisierung von Lernenden für die spezifischen Herausforderungen bei ihrer Bearbeitung. Diese Herausforderungen sind Verständnis der Aufgabestellung, Identifikation überflüssiger und fehlender Angaben sowie erforderliche Mathematisierungsprozesse.
2. Demonstration von geeigneten Strategien einschließlich Irrwegen an einem Aufgabenbeispiel. Die Schwerpunkte bilden eine oder mehrere Strategien wie Unterstreichen oder Notieren wichtiger Angaben, Zeichnen einer Skizze, Konstruktion einer Concept Map.
3. Bearbeitung von Modellierungsaufgaben in Gruppen, bei denen individuelle und ko-konstruktive Aktivitäten abwechselnd stattfinden. Der Austausch sollte dabei nicht nur über konkrete Aufgaben sondern auch über die Arbeitsweisen bei ihrer Bearbeitung stattfinden. Die Aufgaben sollten Hürden bei der Konstruktion eines Situationsmodells, Realmodells und des mathematischen Modells enthalten. Das innermathematische Arbeiten sollte hingegen ohne große Schwierigkeiten zu bewältigen sein.

4. Sicherungsphasen im Plenum, in denen gemeinsam über die Lösungswege, Lösungsergebnisse und erlernte Strategien reflektiert wird.

Bei der Konkretisierung von Interventionsmaßnahmen können theoretische Rahmenkonzeptionen wie der Cognitiv-Apprenticeship-Ansatz (Collins, Brown & Newman, 1989) oder auch Interventionsprogramme zur Förderung von Strategien im Bereich Lesen (Leopold, 2009) und Modellieren (Krämer, Schukajlow, Blum, Messner & Pekrun, 2011; Maaß, 2004; Maaß & Mischo, 2011; Schukajlow et al., 2011) hilfreich sein. Eine Gestaltung, Durchführung und Evaluation solcher, auf die Leseförderung im Mathematikunterricht fokussierter Trainingsprogramme ist eine wichtige und noch weitgehend ungelöste Aufgabe der Unterrichtsforschung.

Literatur

Artelt, C., McElvany, N., Christmann, U., Richter, T., Groeben, N., Köster, J. et al. (2005). *Expertise - Förderung von Lesekompetenz*. Bonn: BMBW.

Blum, W. (2006). Die Bildungsstandards Mathematik. In W. Blum, C. Drüke-Noe, R. Hartung & O. Köller (Hg.), *Bildungsstandards Mathematik: konkret Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen* (S. 14-32). Berlin: Cornelsen Scriptor.

Blum, W. & Leiss, D. (2005). Modellieren im Unterricht mit der „Tanken"-Aufgabe. *mathematik lehren* (128), 18-22.

Blum, W., Neubrand, M., Ehmke, T., Senkbeil, M., Jordan, A., Ufig, F. et al. (2004). Mathematische Kompetenz. In M. Prenzel, J. Baumert, W. Blum, R. Lehmann, D. Leutner, M. Neubrand, R. Pekrun, H.-G. Rolff, J. Rost & U. Schiefele (Hg.), *PISA 2003. Der Bildungsstand der Jugendlichen in Deutschland – Ergebnisse des zweiten internationalen Vergleichs* (S. 47-92). Münster: Waxmann.

Blum, W. & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects. State, trends, and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, *22*, 37-68.

Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of the phases in the modelling process. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, *38*(2), 86-95.

Christmann, U. & Groeben, N. (1999). Psychologie des Lesens. In B. Franzmann (Hg.), *Handbuch Lesen* (S. 145-223). München: Saur Verlag.

Collins, A., Brown, J. S. & Newman, S. E. (1989). Cognitive apprenticeship: Teaching the crafts of reading, writing, and mathematics. In L. B. Resnik (Hg.), *Knowing, learning and instruction: essays in honor of Robert Glaser* (S. 453-492). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

De Bock, D., Verschaffel, L. & Janssens, D. (1998). The Predominance of the Linear Model in Secondary School Students' Solutions of Word Problems Involving Length and Area of Similar Plane Figures. *Educational Studies in Mathematics, 35*(1), 65-83.

Deci, E. L. & Ryan, R. M. (1993). Die Selbstbestimmungstheorie der Motivation und ihre Bedeutung für die Pädagogik. *Zeitschrift für Pädagogik, 39*(2), 223-238.

Fraser, B. J., Walberg, H. J., Welch, W. W. & Hattie, J. (1987). Synthesis of educational productivity research. *International Journal of Educational Research, 11*, 147-252.

Freudenthal, H. (1977). *Mathematik als pädagogische Aufgabe*. Stuttgart: Klett.

Friedrich, H. F. & Mandl, H. (2006). Lernstrategien: Zur Strukturierung des Forschungsfeldes. In H. Mandl & H. F. Friedrich (Hg.), *Handbuch Lernstrategien* (S. 1-23). Göttingen: Hogrefe.

Goldmann, S. R. & Rakestraw, J. A. (2000). Structural Aspekts of Constructing Meaning From Text *Handbook of Reading Research* (Bd. III, S. 311-336).

Guthrie, J. T., Wigfield, A., Metsala, J. L. & Cox, K. E. (1999). Motivational and cognitive predictors of text comprehension and reading amount. *Scientific Studies of Reading, 3*, 231-256.

Johnson-Laird, P. N. (1983). *Mental models towards a cognitive science of language, inference, and consciousness*. Cambridge <etc.>: Cambridge University Press.

Kintsch, W. (1986). Learning from text. *Cognition and Instruction, 3*(2), 87-108.

Kintsch, W. & Greeno, J. G. (1985). Underständing and Solving Word Arithmetic Prolblems. *Psychological Review, 92*(1), 109-129.

Kintsch, W. & Van Dijk, T. A. (1978). Toward a model of text comprehension and production. *Psychological Review, 85*(5), 363-394.

Kramarski, B., Mevarech, Z. R. & Arami, M. (2002). The effects of metacognitive instruction on solving mathematical authentic tasks. *Educational Studies in Mathematics, 49*(2), 225-250.

Krämer, J., Schukajlow, S., Blum, W., Messner, R. & Pekrun, R. (2011). Strategische Unterstützung von Lehrenden in einem methoden-integrativen Unterricht mit Modellierungsaufgaben. *Beiträge zum Mathematikunterricht 2011*. (S. 479-482). Münster: WTM Verlag.

Leiss, D., Blum, W., Messner, R., Müller, M., Schukajlow, S. & Pekrun, R. (2008). Modellieren lehren und lernen in der Realschule. *Beiträge zum Mathematikunterricht* (S. 370-373). Münster: WTM Verlag.

Leiss, D., Schukajlow, S., Blum, W., Messner, R. & Pekrun, R. (2010). The role of the situation model in mathematical modelling – task analyses, student competencies, and teacher interventions. *Journal für Mathematikdidaktik, 31*(1), 119-141.

Leopold, C. (2009). *Lernstrategien und Textverstehen. Spontaner Einsatz und Förderung von Lernstrategien*. Münster: Waxmann.

Leutner, D. & Leopold, C. (2003). Selbstreguliertes Lernen als Selbstregulation von Lernstrategien. Ein Trainingsexperiment mit Berufstätigen zum Lernen aus Sachtexten. *Unterrichtswissenschaft, 31*(1), 38-56.

Leutner, D., Leopold, C. & Elzen-Rump, V. d. (2007). Self-Regulated Learning with a Text-Highlighting Strategy. *Zeitschrift für Psychologie, 215*(3), 174-182.

Maaß, K. (2004). *Mathematisches Modellieren im Unterricht. Ergebnisse einer empirischen Studie*. Hildesheim: Franzbecker.

Maaß, K. & Mischo, C. (2011). Implementing Modelling into Day-to-Day Teaching Practice - The Project STRATUM and its Framework. *Journal für Mathematikdidaktik*.

Mayer, R. E. & Heagarty, M. (1996). The Process of Understanding Mathematical Problems. In R. J. Sternberg & T. Ben-Zeev (Hg.), *The Nature of Mathematical Thinking* (Bd. 6, S. 29-54): Lawrens Erlbaum Associates.

Mosenthal, P. B. & Kirsch, I. S. (1991). Toward an explanatory model of document literacy. *Discourse Processes, 12*, 147-180.

Nesher, P., Hershkovitz, S. & Novotna, J. (2003). Situation model, Text Base and what else? Factors affecting Problem Solving *Educational Studies in Mathematics, 52*(2), 151-176.

Niss, M., Blum, W. & Galbraith, P. L. (2007). Introduction. In W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn & M. Niss (Hg.), *Modelling and Applications in Mathematics Education: the 14th ICMI Study* (S. 1-32). New York: Springer.

Reed, S. K. (1999). *Word Problems Research and Curriculum Reform*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Reusser, K. (1989). *Vom Text zur Situation zur Gleichung. Kognitive Simulation von Sprachverständnis und Mathematisierung beim Lösen von Textaufgaben*. Bern: Universität Bern.

Reusser, K. (1997). Erwerb mathematischer Kompetenzen: Literaturüberblick. In F. E. Weinert & A. Helmke (Hg.), *Entwicklung im Grundschulalter* (S. 141-155). Weinheim: Psychologie Verlags Union.

Schiefele, U., Krapp, A. & Schreyer, I. (1993). Metaanalyse des Zusammenahngs von Interesse und schulischer Leistung. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie, 25,* 120-148.

Schnotz, W. (1994). *Aufbau von Wissensstrukturen Untersuchungen zur Kohärenzbildung beim Wissenserwerb mit Texten*. Weinheim: Beltz.

Schnotz, W. & Dutke, S. (2004). Kognitionspsychologische Grundlagen der Lesekompetenz: Mehrebenenverarbeitung anhand multipler Informationsquellen. In U. Schiefele, C. Artelt, W. Schneider & P. Stanat (Hg.), *Struktur, Entwicklung und Förderung von Lesekompetenz* (S. 61-100). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Schukajlow, S. (2011). *Mathematisches Modellieren. Schwierigkeiten und Strategien von Lernenden als Bausteine einer lernprozessorientierten Didaktik der neuen Aufgabenkultur*. Münster u.a.: Waxmann.

Schukajlow, S., Blum, W. & Krämer, J. (2011). Förderung der Modellierungskompetenz durch selbständiges Arbeiten im Unterricht mit und ohne Lösungsplan. *Praxis der Mathematik in der Schule, 53*(2), 40-45.

Schukajlow, S., Krämer, J., Blum, W., Besser, M., Brode, R. & Leiss, D. (2010). Lösungsplan in Schülerhand: zusätzliche Hürde oder Schlüssel zum Erfolg? *Beiträge zum Mathematikunterricht 2010* (S. 771-774). Münster: WTM Verlag.

Schukajlow, S. & Leiss, D. (2011). Selbstberichtete Strategienutzung und mathematische Modellierungskompetenz. *Journal für Mathematikdidaktik, 32*(1), 53-77.

Schukajlow, S., Leiss, D., Pekrun, R., Blum, W., Müller, M. & Messner, R. (2012). Teaching methods for modelling problems and students' task-specific enjoyment, value, interest and self-efficacy expectations. *Educational Studies in Mathematics, 79(2)*, 215-237.

Spörer, N. & Brunstein, J. C. (2006). Erfassung selbstregulierten Lernens mit Selbstberichtsverfahren: Ein Überblick zum Stand der Forschung. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 20*(3), 147-160.

van Dijk, T. A. & Kintsch, W. (1983). *Strategies of Discourse Comprehension*. NY: Academic Press.

Weinstein, C. E., Husman, J. & Dierking, D. R. (2000). Self-Regulation Interventions with a Focus on Learning Strategies. In M. Boekaerts, P. R. Pintrich & M. Zeidner (Hg.), *Handbook Self-Regulation* (S. 728-747). San Diego: Academic press.

Weinstein, C. E. & Mayer, R. E. (1986). The Teaching of Learning Strategies. In M. C. Wittrock (Hg.), *Handbook of Research on Teaching* (3 Aufl., S. 315-327). New York/ London: Collier-Macmillan.

Winter, H. (1995). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik,* (61), 37-46.

Zwaan, R. A. & Radvansky, G. A. (1998). Situation Models in Language Comprehension and Memory. *Psychological Bulletin*, *123*(2), 162-185.