Universität Münster D. Bohle, W. Werner

Übungen zur Vorlesung 'Mathematik für Physiker III' **WS 09/10**

Aufgaben zur Besprechung in der Woche vom **14.12.09** bis **20.12.09**

Aufgabe XVII: Man bestimme das Volumen desjenigen Teils einer Kugel (vom Radius R), der aus dieser durch einen geraden Kreiszylinder (vom Radius $r < R$) herausgeschnitten wird, dessen Achse durch den Mittelpunkt der Kugel geht.

Aufgabe XVIII: Zeigen Sie, dass sich das Volumen eines (meßbaren) Körpers $K \subseteq \mathbb{R}^3$ nicht verändert wenn man ihn im Raum verschiebt.

Aufgaben zur Abgabe bis zum **22.12.09**, **13:00 Uhr**

Aufgabe 33: Berechnen Sie den Inhalt der Figur die von der so genannten Lemniskate

$$(x^2+y^2)^2 = 2a^2(x^2-y^2),$$

$a > 0$, eingeschlossen wird. Beachten Sie hierbei, dass die Figur zu beiden Achsen symmetrisch ist. Führen sie eine geeignete Koordinatentransformation durch.

Aufgabe 34: Berechnen Sie das Integral

$$\int\limits_{(B)} \sqrt{2axy^2}\, d(x,y),$$

wobei $B \subseteq \mathbb{R}^2$ der von der Kurve $x^2+y^2-ax=0$, $a>0$ begrenzte Bereich ist. Man verwende dabei

(a) cartesische Koordinaten.

(b) Polarkoordinaten.

Aufgabe 35: Man berechne das Integral

$$\int\limits_{(V)} \frac{xyz}{x^2+y^2}\, d(x,y,z)$$

über den Körper (V), der oben von der Fläche $(x^2+y^2+z^2)^2 = a^2xy$ und unten von der Ebene $z=0$ begrenzt wird.

Aufgabe 36: Sei $K \subseteq \mathbb{R}^3$ meßbar und seien $v_1, v_2, v_3 \in \mathbb{R}^3$ linear unabhängige Vektoren.

(a) Wie verändert sich das Volumen von K, wenn man K in die Richtungen v_i um die Faktoren $\lambda_i \in \mathbb{R}$, $\lambda_i \neq 0$ für $i = 1,2,3$, streckt/staucht.

(b) Berechnen Sie das Volumen des Ellipsoiden $E := \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,\middle|\, \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1\right\}$ mit $a,b,c > 0$.