Universität Münster D. Bohle, W. Werner

Übungen zur Vorlesung 'Mathematik für Physiker III' WS 09/10

Aufgaben zur Besprechung in der Woche vom **04.01.10** bis **10.01.10**

Zylinderkoordinaten oder zylindrische Koordinaten sind im wesentlichen ebene Polarkoordinaten, die um eine dritte Koordinate ergänzt sind. Diese dritte Koordinate beschreibt die Höhe eines Punktes senkrecht über (oder unter) der Ebene des Polarkoordinatensystems und wird im Allgemeinen mit z bezeichnet. Die Koordinate ρ beschreibt jetzt nicht mehr den Abstand eines Punktes vom Koordinatenursprung, sondern von der z-Achse.

Wenn man ein cartesisches Koordinatensystem so ausrichtet, dass die z-Achsen zusammenfallen und die x-Achse in Richtung $\varphi = 0$ zeigt, dann ergeben sich die folgenden Umrechnungsformeln:

$$x = \rho \cos \varphi \qquad y = \rho \sin \varphi \qquad z = z$$

Für die Umrechnung von cartesischen Koordinaten in Zylinderkoordinaten ergeben sich für ρ, und φ die gleichen Formeln wie bei den Polarkoordinaten.

Aufgabe XIX: Berechnen Sie die Funktionaldeterminante der Substitutionsfunktion $g(r, \varphi, z) = \begin{pmatrix} r \cos \varphi \\ r \sin \varphi \\ z \end{pmatrix}$.

Aufgabe XX: Bestimmen Sie die zu g inverse Transformationen. Bestimmen Sie außerdem diejenige Transformation die Kugelkoordinaten in cartesische Koordinaten umwandelt.

Aufgaben zur Abgabe bis zum **12.01.09**, **13:00 Uhr**

Aufgabe 37: Bestimmen Sie das Flächeninhalt der Fläche

$$M: \quad x^2 + y^2 \leq r^2, \quad (x+r)^2 + y^2 \geq 2r^2.$$

Aufgabe 38: Berechnen Sie

$$\int_0^1 \int_{y^2}^1 y \cos(x^2) dx dy.$$

Aufgabe 39: Berechnen Sie den Schwerpunkt und das Trägheitsmoment bezüglich der z-Achse des zur z-Achse symmetrischen Kegels (mit konstanter Massedichte 1) mit Spitze $(0,0,h)$, $h > 0$, dessen Grundkreis den Radius $r > 0$ hat.

Aufgabe 40: Es sei $F \colon \mathbb{R} \times [-1,1] \to \mathbb{R}^3$ gegeben durch

$$F(t,s) = \begin{pmatrix} \cos(t) + s\cos(t)\cos(t/2) \\ \sin(t) + s\sin(t)\cos(t/2) \\ s\sin(t/2) \end{pmatrix}.$$

Wie sieht dieses Flächenstück aus? Stellen Sie ein Exemplar mit Klebstoff, Schere und Papier her und geben Sie dieses (als Lösung) mit ab.

Berechnen Sie den Normalenvektor an jedem Punkt dieser Fläche sowie die Gramsche Determinante.